

И. В. БАХМУТОВА, В. Д. ГУСЕВ, Т. Н. ТИТКОВА

*Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского Отделения РАН*

УДК 001:002;002.53:004.89;78

КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПОИСК ИНВАРИАНТНЫХ СТРУКТУРНЫХ ЕДИНИЦ ЗНАМЕННОГО РАСПЕВА

Проблема нотолинейной реконструкции знаменных песнопений носит дешифровочный характер и в общем случае (беспометные тексты) остаётся нерешённой. Основные трудности дешифровки связаны с *неоднозначностью* соответствия «знамя – нота»: одна и та же цепочка знамён может иметь разные интерпретации в зависимости от гласа, типа структурной единицы, в состав которой она входит, её позиции в тексте и ряда других факторов. Начиная с XVII века, для уточнения певческого значения знамён используется система степенных и указательных помет. Это облегчает дешифровку, но не гарантирует однозначного результата из-за наличия в пометных текстах значительного числа беспометных знамён с не всегда очевидной интерпретацией, а также многочисленных разночтений и исключений в трактовке самих помет¹.

Общеязыковым приёмом, используемым для устранения неоднозначности, является привлечение *контекста*, что эквивалентно переходу от отдельных знамен к структурным единицам – *попевкам, лицам и фитам*. Однако для построения формальных алгоритмов выделения из текста структурных единиц знаменного распева явно недостаточно описаний тех их свойств, которые содержатся в теоретических руководствах. Использование общеязыковых принципов² даёт хорошие результаты лишь при выделении массовых попевок гласа. Немаловажно и то, что известные подборки структурных единиц представлены в форме, малоприспособленной для дешифровки *беспометной* нотации. Например, у В. М. Металлова³ попевки приведены только в нотолинейной форме, у М. В. Бражникова⁴ лица и фиты снабжены степенными пометами и лишь половине из них сопутствует нотолинейная интерпретация.

В вышеуказанных и других подборках слабо отражён *фактор вариативности*, что затрудняет процесс выделения структурных единиц в реальных песнопениях. Так, покрытие нотных текстов двознаменников попевками из подборки Металлова составляет в среднем (по разным гласам) лишь порядка 25–30% объёма текста при поиске на *точное соответствие*. При поиске на *приближённое соответствие* (допускалось не более двух искажений типа замены, вставки или устранения символа в нотной записи попевки) коэффициент покрытия возрастал до 60%.

Целью предлагаемой статьи является *определение и исследование специфического класса структурных единиц*, условно названных нами *внутригласовыми инвариантами (ВИ)*. Их можно охарактеризовать как цепочки беспометных знамён с минимальной (в идеале нулевой) степенью неоднозначности в плане интерпретации. Судить об интерпретации можно по текстам, представленным в формате «знамя – нота» (двознаменники). Условность понятия *ВИ* связана с его зависимостью от исходных данных. Если подборка достаточно представительна, то построенное по ней множество *ВИ* можно применять с известной осторожностью для дешифровки *беспометных текстов*.

Система обозначений

В работе использованы следующие обозначения. Обиходный звукоряд представлен нотами: G, A, H (малой октавы), c, d, e, f, g, a, b (первой октавы), C, D (второй октавы). Длительности звуков обозначаются следующим образом: \circ – 1 (целая), J – 2 (половинная), J – 4 (четвертная), J – 8 (восьмая). Для обозначения высоты и длительности звука используем комбинацию буквы и цифры (например, H4 – это четвертная нота «си» малой октавы). Знак (*) используется в качестве разделителя между нотолинейными интерпретациями разных знамён, а (~) – как символ эквивалентности, отделяющий знаменную цепочку от её нотолинейного представления. Например, запись $\text{H} \text{J} \text{J} \text{J} \sim \text{d4c4d2}^* \text{c4e4}$ означает, что цепочка из двух знамён, стоящая слева от знака (~), интерпретируется в тексте двознаменника, соответственно, цепочками из трёх и двух нот, разделёнными знаком (*).

Формирование множества ВИ

Как уже отмечалось выше, метод решения предполагает наличие *достаточно представительных подборок* двознаменников. Число известных двознаменников невелико⁵, но достаточно для наших целей. Нами были переведены в электронную форму три двознаменных Октоиха конца XVII – начала XVIII века (РНБ, С.– Петербург, Соловецкое собрание, шифры 619/647, 618/644 и QI 188). Два первых представлены подборками TG_i ($1 \leq i \leq 8$, i – номер гласа) из 25–27 песнопений в каждом гласе; в QI188 этот показатель на треть ниже.

Под *внутригласовым инвариантом (ВИ)* относительно заданной подборки мы понимаем любую повторяющуюся цепочку *беспомятных* знамён произвольной длины L ($L=1,2,3,K$), имеющую *одинаковую интерпретацию во всех своих вхождениях в песнопения данного (i -го) гласа*.

Множество *ВИ* формировалось для каждого из трёх Октоихов отдельно и в каждом разбивалось по гласам на подмножества $ВИ(T\Gamma_i)$, K , $ВИ(T\Gamma_8)$. Ранее по этим Октоихам нами была построена *электронная азбука знаменного распева*⁶, содержащая частоты встречаемости отдельных знамён и всевозможных их интерпретаций во всех гласах. Уже тогда было отмечено, что существуют знамёна, *однозначно интерпретируемые* во всех песнопениях одного гласа – *инварианты длины 1*. В данной работе исследуется вопрос о существовании инвариантов *длины 2 и выше*. *Основная посылка* – это отсутствие формальных ограничений на возникновение однозначно интерпретируемой цепочки путём конкатенации многозначных знамён. Процедура выявления *ВИ* произвольной длины состоит из трёх этапов.

Этап первый. Поскольку методика ориентирована на нотолинейную реконструкцию *беспомятных* песнопений, *устраиваем у знамён все степенные и указательные пометы*. Тем самым в один класс будут объединены знамена, существенно отличающиеся по своему распеву и звуковысотной привязке. Например, знамена شا , $\text{شا}^{\text{ه}}$, $\text{شا}^{\text{ا}}$ и $\text{شا}^{\text{ي}}$ (с любой степенной пометой или без неё) попадут в один класс.

Объединяем песнопения i -го гласа в один текст $T\Gamma_i = T_{i1}@T_{i2}@...@T_{ik(i)}$, где $k(i)$ – число песнопений в i -ом гласе, T_{il} – песнопение с номером l ($1 \leq l \leq k(i)$), записанное в виде цепочки знамён, «@» – символ – разделитель, не принадлежащий алфавиту знамён. Каждое знамя из текста T_{il} сопровождается *нотолинейной интерпретацией*.

Этап второй. Для каждого текста $T\Gamma_i$ ($1 \leq i \leq 8$) подсчитываем *внутригласовую встречаемость* всевозможных цепочек знамён длины L , не содержащих

разделитель ($L=1,2,3,K,L_{\text{imax}}$, где L_{imax} – длина максимальной повторяющейся цепочки в $T\Gamma_i$). Процесс ведётся итеративно по L . Сравнение и подсчёт цепочек (L -грамм) осуществляется за один просмотр текста без непосредственного сопоставления каждой L -граммы с каждой (процедура хеширования). По завершении L -ой итерации получаем полный спектр L -грамм, представленных в песнопениях i -го гласа, с указанием частоты встречаемости каждой цепочки и списка её возможных интерпретаций (тоже с частотами).

Этап третий. Для каждого гласа выделяем из списка найденных L -грамм ($L=1,2,3,..., L_{\text{imax}}$) лишь те, что имеют частоту встречаемости $F \geq F_{\text{пор}} > 1$ и *единственную интерпретацию*. Они и образуют *списки внутригласовых инвариантов ВИ ($T\Gamma_i$)* ($1 \leq i \leq 8$). Например, биграмма شا شا встретилась 15 раз в 1-м гласе двознаменника 619/647 с единственной интерпретацией: g2*e4f4d4. Она попадает в список *ВИ ($T\Gamma_1$)*. Другая же биграмма – شا شا имеет в этом гласе две интерпретации: d4c4*d4e4f2 (19 раз) и f4e4*d4e4f2 (2 раза), поэтому она не удовлетворяет определению *ВИ*.

Описание экспериментальных результатов

Сформированные для каждого из трёх двознаменников *словари ВИ* проиллюстрируем на Октоихе 619/647, привлекая другие двознаменники для оценки чувствительности методики к объёму исходных данных и проявлениям вариативности в разных Октоихах.

Основные выводы таковы:

1) *Многообразие ВИ разной длины во всех гласах довольно велико* и существенно зависит от порога отбора по частоте встречаемости *ВИ* в гласе ($F_{\text{пор}}$). Мы выбрали $F_{\text{пор}} = 3$. *ВИ* с меньшей частотой обладают невысокой предсказательной способностью. В Таблице 1 указано число *ВИ* разной длины с частотой встречаемости $F \geq 3$ в каждом из 8 гласов Октоихов 619/647 и QI188 (его объём примерно на треть меньше).

Таблица 1

Размеры словарей *ВИ* разной длины ($F \geq 3$)

Октоих 619/647									Октоих QI 188								
L	Г л а с ы								L	Г л а с ы							
	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	10	12	9	12	11	8	13	9	1	6	5	9	5	6	3	9	4
2	66	49	49	77	55	66	82	73	2	45	38	33	46	38	31	35	31
3	79	58	67	96	81	73	109	95	3	46	38	47	58	52	36	35	40
4	72	52	67	82	81	52	98	84	4	32	15	45	37	36	30	26	27
5	57	32	48	77	65	41	76	68	5	18	5	30	22	22	21	15	15
6	43	18	31	50	44	27	44	46	6	6	2	15	11	9	9	12	7
7	25	3	15	27	28	15	27	30	7	2	1	5	6	5	1	6	1
8	12	-	6	14	16	5	12	18	8	-	-	-	4	2	-	2	-

Примечание: *ВИ* с длиной $L > 8$ не представлены (их мало).

Длины *ВИ* в Октоихе 619/647 меняются от 1 до 16, а в Q1188 – от 1 до 9 знамён. Сравнение размеров словарей *ВИ* для двух Октоихов (при фиксированных *i* и *L*) показывает, что меньшему объёму исходных данных (Q1188) соответствуют меньшие размеры словарей *ВИ*. Этот вывод заранее не очевиден, так как с увеличением объёма исходных данных растут проявления вариативности, ограничивающие рост числа *ВИ*.

2) С увеличением *L* число *ВИ* в каждом гласе сначала растёт, при $L=3 \div 4$ достигает максимума (эти значения выделены и подчеркнуты), а затем монотонно падает. Такая зависимость числа *ВИ* от *L* объясняется влиянием двух факторов. *Первый фактор* связан с увеличением многообразия *L*-грамм при переходе от $L=1$ к $L=2$, $L=2$ к $L=3$ и т. д., что способствует увеличению числа *ВИ* с ростом *L*. Особенно показателен переход от $L=1$ к $L=2$. Например, в гласе 4 Октоиха 619/647 выделено всего 12 *ВИ* длины 1, но уже 77 *ВИ* длины 2. При этом лишь 27 из них «наследственные», то есть получены всевозможными расширениями *ВИ* длины 1, а 50 *ВИ* ($L=2$) образованы конкатенацией многозначных знамён.

Второй фактор способствует уменьшению числа *ВИ* с ростом *L*. Это связано с уменьшением частоты встречаемости *L*-грамм по мере увеличения их длины. Если частота снижается до $F < F_{\text{нор}}$, то *L*-грамма устраняется из рассмотрения. При малых *L* превалирует первый фактор и число *ВИ* растёт, при больших *L* – второй и число *ВИ* падает.

3) Частоты встречаемости *ВИ* колеблются в широком диапазоне и зависят от их длины, гласовой принадлежности и типа структурной единицы, в которую входит *ВИ* (см. ниже Таблицу 2).

Из Таблицы 2 видно, что пересечений между множествами *ВИ* одинаковой длины мало, даже для параллельных гласов – таких, как 4 и 8. При $L=1$ в пересечение попало лишь знамя — . Гласоспецифичность этого *ВИ* проявляется в секвентном переносе в 8-м гласе его распева на кварту вверх и уменьшении длительностей всех звуков вдвое. При $L=2$ в пересечение попадают цепочки — и — с одинаковой интерпретацией в обоих гласах, но существенно отличающимися частотами, поэтому не все из них включены в топ-списки Таблицы 2. Эти примеры показывают, что словари *ВИ* содержат полезную информацию о проявлениях гласоспецифичности знаменного распева.

4) Важен вопрос о соотношении *ВИ* с традиционными структурами знаменного распева, в первую очередь, с попевками. В классификации А. Н. Кручинин⁷ попевки разбиты на 24 семейства в соответствии с тремя кадансовыми знамёнами, образующими «архетип». Ему предшествует более вариативный «подвод».

Короткие ВИ ($L=1 \div 3$), как и следовало ожидать, часто реализуют ритмический останов и относятся к категории кадансов (см., например, в табл. 2, глас 4, знамена — , — , цепочки — , — и др.; в гласе 8 – знамёна — , — , цепочки — , — и др.). Однако, наряду с ними, существуют короткие

Таблица 2
Примеры наиболее частых *ВИ* для двух гласов Октоиха 619/647

ГЛАС 4				ГЛАС 8			
<i>L</i>	<i>ВИ</i>	<i>F</i>	Интерпретация	<i>L</i>	<i>ВИ</i>	<i>F</i>	Интерпретация
1	—	23	e4f4g2	1	—	21	f4.g8a4g4f4a2.g4
1	—	14	f4g4a2	1	—	18	f4g2f4
1	—	12	e2g2	1	—	12	a2.g4
1	—	9	c4d4e1	1	—	4	g4a4b2
1	—	8	H4c4d4e4	1	—	3	d2
1	—	6	e4d4c2d1	1	—	3	e2d4c4
1	—	4	f4e2	1	—	3	a8g8f4g2
2	—	37	g2*f1	2	—	38	d4e4*d4c4
2	—	27	d4e4*f1	2	—	35	f4.e8d4f4*c4d2e4
2	—	18	f4e4*d4e4f2	2	—	24	f2*d4e4
2	—	17	e2*f4e4	2	—	24	f4e4*d2
2	—	14	e1*d1	2	—	22	g2*f4e4
2	—	12	d2e4f4*g1	2	—	22	f4g4f4.e8*d4c4d2
2	—	11	e4f4*g4f4	2	—	21	f4e4*f4.g8a4g4f4a2.g4
2	—	10	e2g2*f1	2	—	20	d4f4* e4d4e4f4
2	—	10	d2*e4f4	2	—	16	f4g2f4* e4f4

некадансовые ВИ. Так, ВИ $\underline{\text{L}} \downarrow$ (см. табл. 2, глас 4) выполняет роль подвода к архетипу в попевке «грунка»: $\underline{\text{L}} \downarrow \sim e2*f4e4 *d4ef2*e1*d1$ ($F=14$). Сам архетип ($\sim e2*f4e4 *d4ef2*e1*d1$) здесь не является ВИ, так как в этом же гласе есть другая разновидность грунки: $\underline{\text{L}} \downarrow \sim f2*f2*c4d4e2*d1*c1$ ($F=15$) с секвентным переносом архетипа. Аналогично, ВИ \sim (гл.8) и его ВИ-расширения $\sim \grave{\sim}$ и $\sim \grave{\sim} \downarrow$ формируют подвод в попевке «кулизма»: $\sim \grave{\sim} \downarrow \sim \acute{\sim} \downarrow \sim \acute{\sim} \downarrow$ ($F=9$).

Иногда короткие *ВН* возникают на стыке разных структурных единиц, как в случае с *ВН* $\approx \text{E } \text{b} \sim \text{d1} * \text{f2} * \text{f4e4}$ ($F=5$, *зл.4*). Здесь «статья» \approx завершает предшествующую попевку, а «параклит» E начинает другой раздел песнопения. С параклитом связаны и *ВН* в началах песнопений. В частности, с помощью таких *ВН* в 1-м гласе идентифицируется ¹⁹ $\text{b} \sim \text{d1} * \text{f2} * \text{f4e4}$:

$$\begin{array}{l} \begin{array}{|c|} \hline \text{f} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{z} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{L} \\ \hline \end{array} \sim e^2 * e_4 g_4 * e^2, \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{f} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{L} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{z} \\ \hline \end{array} \sim e^2 * e^2 * e_4 g_4, \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{z} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{L} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{f} \\ \hline \end{array} \sim e_4 g_4 * e^2 * f_4 e_4 \text{ и др.} \end{array}$$

VII средней длины ($4 \leq L \leq 8$) обычно представлены либо законченными попевками, либо достаточно крупными их фрагментами, зацепленными друг с другом. Примером первых являются приведённые выше попевки семейств «грунка» (глас 4), «кулизма» (глас 8), а также: $\text{a} \sim \text{d}4\text{e}4*\text{d}4\text{c}4*\text{H}4\text{c}4\text{d}4\text{e}4*\text{e}2\text{d}2$ – «дербица», гл.4, $F=5$; $\text{a}2*\text{a}4\text{g}4*\text{f}2*\text{e}2*\text{d}1$ – «кокиза», гл.8, $F=10$ и другие.

Примером зацепленных *BII* – фрагментов являются взятые в скобки 4 – граммы в одной из разновидностей «мережи»: $(\mathfrak{m} \mathfrak{a} \mathfrak{u} \mathfrak{a} \mathfrak{a}) \mathfrak{a}$ ($F=6$).

Длинные ВИ ($L \geq 9$) представляют комбинации разных структурных единиц (двух попевок, tandemного повтора с попевкой и т. п.), например:

- а) 
 «прикладная» + «грунка»

$$\underline{e2 * e4d4 * e1 * d4c4H2 *} \quad \underline{e2 * f4e4 * d4e4f2 * e1 * d1}$$
 «прикладная» + «грунка» (зл.4, $F=3$)
- б) 

$$\underline{g2 * g4f4 * e4f4g2 *} \quad \underline{f2 * f4e4 * d4e4f2 *}$$
 "тандем 1" "тандем 2"
- 

$$\underline{e2d2 * e2f2 * g1 *} \quad \underline{f2 * e4f4g4e4 * f1}$$
 "подъём" "срединка"(?) (зл.4, $F=3$)

В случае б) имеем комбинацию *тандемного повтора*, образуемого нотными цепочками «тандем 1» и «тандем 2», отличающимися лишь секвентным переносом, и двух попевок – «подъём» и «серединка» (?).

Оценки полноты множества *ВИ*

Интересно оценить степень покрываемости выделенными *ВИ* (порог отбора по частоте $F_{пор} = 3$) как исходного текста, так и контрольных текстов, не использовавшихся при формировании множества *ВИ*.

Коэффициент покрытия k конкретного песнопения подсчитывается следующим образом. Выделяем в песнопении все цепочки знамён, являющиеся *ВН*, и подсчитываем суммарное число покрываемых ими позиций n . Каждая позиция учитывается лишь *один раз*, чтобы нивелировать эффект перекрываемости отдельных *ВН*. Тогда $k = n/N$, где N – число знамён в песнопении (его длина).

Коэффициенты покрытия песнопений меняются в широких пределах: в первом гласе от 0.23 до 0.85, во втором – от 0.30 до 0.73, в третьем – от 0.29 до 0.84 и т.д. Это, скорее всего, обусловлено ограниченностью материала (отдельные жанры в гласах представлены 2-3 песнопениями, поэтому некоторые жанроспецифичные цепочки знамён отсеивались по частоте при $F_{nop}=3$). Ниже приведены средние значения коэффициента покрытия \bar{k} по каждому гласу двознаменника 619/647:

Глас	1	2	3	4	5	6	7	8
\bar{k}	0.64	0.49	0.61	0.68	0.62	0.51	0.79	0.62

Нетрудно видеть, что в среднем покрываемость песнопений каждого гласа на материале обучения достаточно высока – порядка 60% и выше.

Для получения более реалистичной оценки был проведён эксперимент в *режиме скользящего контроля*, когда из обучающей подборки песнопений гласа одно («контрольное») удалялось, а по оставшимся строилось множество *ВИ* и подсчитывался коэффициент покрытия этими *ВИ* контрольного песнопения. Затем песнопение возвращалось в обучающую подборку, а в качестве «контрольного» рассматривалось следующее песнопение и т. д. Ниже показаны средние значения коэффициента покрытия в режиме скользящего контроля:

Глас	1	2	3	4	5	6	7	8
\bar{k}	0.55	0.38	0.51	0.51	0.57	0.38	0.69	0.54

Можно видеть, что в этом режиме наблюдается осязательное понижение показателей покрываемости по сравнению с предыдущим случаем.

Ещё один эксперимент был проведён с привлечением в качестве контрольного материала песнопений Октоиха 618/644. Ниже приведены среднеласовые коэффициенты покрытия песнопений этого Октоиха инвариантами, построенными по Октоиху 619/647:

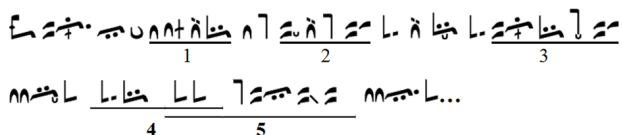
Глас	1	2	3	4	5	6	7	8
\bar{k}	0.49	0.33	0.41	0.37	0.43	0.22	0.54	0.46

Наблюдается снижение показателей покрываемости по сравнению с вариантом скользящего контроля, то есть степень различия между Октоихами носит значимый характер, что уже отмечалось⁸.

Обсуждение результатов

Может показаться, что методика выделения *ВИ* очень чувствительна к проявлениям вариативности знаменного распева. Например, высокочастотный *ВИ* из первого гласа Октоиха 618/644 – $L_{\cdot} \sim e4f4d4$ ($F=24$) не является *ВИ* в Октоихе 619/647 из-за наличия двух интерпретаций: $e4f4d4$ ($F=18$) и $d4f4d4$ ($F=3$). Однако, расширения знамени L_{\cdot} (см.гл. 1, 619/647) уже образуют *ВИ* длины 3: $L_{\cdot} \sim e4f4d4 * e1 * d1$ ($F=9$) и $L_{\cdot} \sim e4f4d4 * e1 * d1$ ($F=6$). Эти же цепочки фигурируют среди *ВИ* в Октоихе 618/644 с частотами ($F=13$) и ($F=6$), соответственно, но там они несут наследственный характер. Итак, отсутствие знамени L_{\cdot} среди *ВИ* в Октоихе 619/647 не мешает однозначной идентификации архетипа попевки «колесо» ($L_{\cdot} \sim e4f4d4$) в обоих Октоихах.

ВИ можно трактовать как фрагменты, наилучшим образом сохранившиеся в ходе эволюции. Ниже приведена половина стихир «Врата адавы....» (глас 4, 619/647), где эти фрагменты (режим скользящего контроля) выделены подчёркиванием:



Коэффициент покрытия $k=20/34 \sim 0.59$, что несколько выше среднего значения для гласа 4 в режиме скользящего контроля ($\bar{k}=0.51$). Результаты выглядят достаточно логично: в качестве *ВИ* выделены отде-

льные попевки (см. фрагменты 2, 3, 5), структура 4 (расширенный подвод к архетипу «грунка» (см. 5) и устойчиво повторяющаяся «внепопевочная» структура 1. Непокрытыми остаются начальный фрагмент и межпопевочные структуры, отличающиеся повышенной вариативностью.

Значения коэффициентов покрытия были получены при пороге отбора $F_{\text{пор}}=3$. Фактически могут быть использованы и *ВИ* с частотой 2. Использование низкочастотных *ВИ* повышает покрываемость, но уменьшает надёжность предлагаемого решения.

Заключение

Исследуется специфическая система структурных единиц знаменного распева, названных нами *внутригласовыми инвариантами*. В её основе лежит выделение цепочек знамен различной длины, *однозначно интерпретируемых* (в пределах исходной обучающей подборки) *в конкретном гласе*. На материале двознаменников конца XVII – начала XVIII века построены словари *ВИ* разной длины для всех гласов, проведена их количественная и качественная характеристика. Получены оценки покрываемости внутригласовыми инвариантами *беспомятых* песнопений, не входивших в исходную подборку. Места вхождения *ВИ* в текст можно трактовать как своего рода «островки надёжности», существенно снижающие уровень неоднозначности в интерпретации знамен. Ввиду этого *ВИ* могут быть использованы в любых методиках дешифровки беспометной нотации.

ПРИМЕЧАНИЯ

¹ Бражников М. В. Древнерусская теория музыки. – Л.: Музыка, 1972. – С. 422; Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. О функциях указательных помет // Сибирский музыкальный альманах. – Новосибирск: НГК, 2002. – С. 81–92; Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Факторы, влияющие на точность нотопевиной реконструкции пометных знаменных песнопений // Сибирский музыкальный альманах. – Новосибирск: НГК, 2004. – С. 51–59.

² Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. L-граммные азбуки для дешифровки знаменных песнопений // Сибирский журнал индустриальной математики. – Т. 1, № 2. – Новосибирск, 1998. – С. 51–66.

³ Металлов В. М. Осмогласие знаменного распева (сборник нотопевиных попевок). – М., 1899. – С. 1–50.

⁴ Бражников М. В. Лица и фиты знаменного распева. – Л.: Музыка, 1984. – С. 302.

⁵ Бражников М. В. Древнерусская теория музыки. – Л.: Музыка, 1972. – Глава 12.

⁶ Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Электронная азбука знаменного распева: предварительная версия. Вычислительные системы. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 2005. – Вып. 174. – С. 29–53.

⁷ Кручинина А. Н. Попевка в русской музыкальной теории XVII века: дис. ... канд. искусствоведения. – Л., 1979.

⁸ Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Электронная азбука знаменного распева...

Бахмутова Ирина Владимировна

научный сотрудник Института математики
Сибирского отделения Российской Академии Наук

Гусев Владимир Дмитриевич

кандидат технических наук,
старший научный сотрудник Института математики
Сибирского отделения Российской Академии Наук

Титкова Татьяна Николаевна

кандидат технических наук,
научный сотрудник Института математики
Сибирского отделения Российской Академии Наук

