

ТОЖДЕСТВА В АЛГЕБРАХ И ФУНКЦИИ РОСТА

М. В. Зайцев

В докладе представлен краткий обзор результатов по количественной PI-теории.

Пусть F — поле нулевой характеристики. С каждой алгеброй A над F связана целочисленная последовательность $\{c_n(A)\}$, $n = 1, 2, \dots$, называемая последовательностью коразмерностей, которая характеризует количество тождественных соотношений алгебры A . Изучение асимптотического поведения последовательности $\{c_n(A)\}$ — одна из центральных задач количественной PI-теории.

Для широкого класса алгебр, к которому относятся, например, все ассоциативные PI-алгебры, все специальные алгебры и супералгебры Ли, все конечномерные алгебры произвольной сигнатуры, последовательность коразмерностей растет не быстрее экспоненциальной функции. В этом случае возникает вопрос о существовании предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{c_n(A)},$$

называемого PI-экспонентой A . В последние десятилетия появилось большое количество работ, в которых этот вопрос решался положительно для самых разнообразных алгебр, и только недавно был построен первый контрпример (этот результат был анонсирован в [1]).

Кроме существования PI-экспоненты, возникает целый ряд других вопросов о характере асимптотического поведения $\{c_n(A)\}$, например, в каких классах алгебр допускается или не допускается промежуточный рост, какие полиномиальные и экспоненциальные функции можно реализовать в качестве функций роста коразмерностей, и т.д.

В докладе предполагается обсудить как современное состояние, так и открытые проблемы указанной тематики. С основными понятиями и методами количественной PI-теории можно познакомиться в монографии [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] М.В.Зайцев, Существование PI-экспонент роста тождеств. Международная конференция Мальцевские чтения, 11 - 13 ноября 2013 г. Тезисы докладов. Новосибирск 2013, с. 120.
- [2] Giambruno, A., Zaicev, M., Polynomial identities and asymptotic methods. Mathematical Surveys and Monographs, 122. American Mathematical Society, Providence, RI, 2005. xiv+352 pp.

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва
E-mail address: zaicevmv@mail.ru