

ОБОБЩЁННО ЖЁСТКИЕ РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ

Н.С.Романовский, Новосибирск

Пусть группа G содержит абелеву нормальную подгруппу A . Тогда действие G на A сопряжениями $a \rightarrow g^{-1}ag$ даёт действие фактор-группы G/A , которое продолжается на целочисленное групповое кольцо $\mathbb{Z}[G/A]$, и в результате на A возникает структура (правого) $\mathbb{Z}[G/A]$ -модуля.

Группа G называется *жёсткой*, если в ней существует нормальный ряд подгрупп

$$G = G_1 > G_2 > \dots > G_m > G_{m+1} = 1, \quad (1)$$

каждый фактор которого G_i/G_{i+1} абелев и, рассматриваемый как модуль над групповым кольцом $\mathbb{Z}[G/G_i]$, не имеет модульного кручения. Примерами жёстких групп служат свободные разрешимые группы и итерированные сплетения нетривиальных абелевых групп без кручения. В работах автора и совместных с А.Г.Мясниковым работах была развита алгебраическая геометрия над жёсткими группами и теория моделей делимых жёстких групп. Отметим в этой связи обзор автора - глава 5 из книги [1].

Назовём G *обобщённо жёсткой группой* или для краткости *r -группой*, если в ней имеется нормальный ряд (1) со следующими тремя свойствами.

- 1) Факторы G_i/G_{i+1} абелевы.
- 2) Пусть R_i обозначает фактор-кольцо кольца $\mathbb{Z}[G/G_i]$ по аннулятору G_i/G_{i+1} . В этой ситуации G_i/G_{i+1} можно рассматривать как R_i -модуль. Требуется, чтобы он не имел модульного кручения.
- 3) Канонический эпиморфизм колец $\mathbb{Z}[G/G_i] \rightarrow R_i$ должен быть инъективен на множестве G/G_i .

Доказывается, что ряд (1), если существует, однозначно определяется самой группой, а степень разрешимости группы в точности равна m . Класс r -групп существенно шире класса жёстких групп, в него, например, попадают разрешимые группы Баумслага-Солитера $B(1, n)$, $|n| > 1$. При этом нет большого оптимизма по поводу того, что многие результаты удастся перенести с жёстких групп на r -группы. Однако, в 2-ступенно разрешимом случае такой оптимизм есть. В докладе излагаются результаты, полученные автором в этом направлении. Отметим такие (см. [2] - [6]): найдена аксиоматика класса m -ступенно разрешимых r -групп; описаны периодические r -группы; доказано, что всякая метабелева r -группа вкладывается в делимую метабелеву r -группу; доказана расщепимость делимых метабелевых r -групп; описаны группы, универсально эквивалентные разрешимой группе Баумслага-Солитера.

Список литературы

- [1] Groups and Model Theory, GAGTA BOOK 2, De Gruyter, 2021.
- [2] Н.С.Романовский, Обобщённо жёсткие группы: определение, базисные факты, проблемы, СМЖ, 48, N 2 (2018), 258-279.
- [3] Н.С.Романовский, Обобщённо жёсткие метабелевы группы, СМЖ, 60, N 1 (2019), 194-200.
- [4] Н.С.Романовский, Нётеровость по уравнениям метабелевых Γ -групп, СМЖ, 61, N 1 (2020), 194-200.
- [5] Н.С.Романовский, Об универсальной теориях метабелевых обобщённо жёстких групп, СМЖ, 61, N 5 (2020), 1101-1107.
- [6] Н.С.Романовский, Группы, универсально эквивалентные разрешимой группе Баумслэга-Солитера, в печати.