ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ДИАГНОСТИКЕ НЕИСПРАВНОСТЕЙ
КОМБИНАЦИОННЫХ СХЕМ

Р.С. Гольдман

В работе рассматривается диагностика неисправностей комбинационных схем, построенных из функциональных элементов "И", "ИЛИ", "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ". Под неисправностью будем понимать константу 0(1) на любом входе (выходе) любого элемента схемы. Предполагается, что в схеме может быть произвольное сочетание неисправностей.

Пусть имеется одноразрядная комбинационная схема \( M \), реализующая функцию \( f(\ x_1, \ldots, \ x_n) \). Неисправности \( \ell \)-го элемента схемы обозначим через \( S_{\ell} \), если выход \( \ell \)-го элемента постоянно имеет значение \( \ell \); через \( S_{\ell}\bar{\ell} \), если \( \ell \)-й вход \( \ell \)-го элемента постоянно имеет значение \( \ell \) (где \( \ell \in \{0,1\} \)).

Рассмотрим комбинационную схему без разветвлений, упорядоченную по рангам [1]. Пусть в схеме имеется сочетание неисправностей.

\[ S = \{ S_{\ell_1}, S_{\ell_2}, \ldots, S_{\ell_n} \} \]

Обозначим через \( f_S(\ x_1, \ldots, \ x_n) \) функцию, реализуемую схемой при этом сочетании неисправностей.

Пусть неисправность \( S_{\ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_n} \in S \) характеризуется тем, что в любом пути, связывающем \( \ell \)-й элемент с выходом схемы...
нёт неисправностей элементов, имеющих ранг больше ранга \( i \)-го элемента, и пусть \( S_0 < S \) — множество всех таких неисправностей. Тогда множество неисправностей \( S_e \) эквивалентно множеству неисправностей \( S \), то есть
\[
f_{S_e}(x, ..., x_n) \equiv f_S(x, ..., x_n)
\]
Для иллюстрации рассмотрим схему, представленную на рис. I.

\[
S = \{ S_{2-o}, S_{4-o}, S_{5-o}, S_{1-o}, S_{0-o} \}
\]

Очевидно, что неисправность \( S_{4-o} \) не оказывает влияния на функцию, реализуемую схемой при сочетании неисправностей \( S \), так как выход элемента 2 постоянно равен 0. Следовательно, множество \( S_0 \) состоит из неисправностей
\[
S_{2-o}, S_{5-o}, S_{1-o}, S_{0-o}
\]

Для решения задачи диагностики неисправностей будем использовать структурно-аналитический способ описания схем в виде эквивалентной нормальной формы (ЭНФ) [2].

Для схемы (рис. I) ЭНФ имеет вид:
\[
y = a_{61} \land b_{62} \land \neg a_{63} \lor \neg a_{64} \lor a_{65} \lor b_{66} \lor e_{42} \lor \neg b_{34} \lor f_{35} \lor \neg a_{73} \lor \neg a_{74}
\]
Обозначим последовательности элементов путей следующим образом:
\[
621 = 1
\]
\[
421 = 2
\]
\[
531 = 3
\]
\[
8731 = 4
\]

Тогда ЭНФ примет вид:
\[
y = a \lor b \lor c \lor \neg d \lor \neg e \lor \neg f \lor g
\]
Функция \( f_S \), реализуемую схемой при сочетании неисправностей, можно получить путем построения схем ЭНФ константами 0(1).

Будем говорить, что буква \( Q_k \) ЭНФ фиксируется равной \( \bar{c} \), если путь, ассоциируемый с этой буквой [2], связывает \( \bar{c} \)-й вход \( \bar{c} \)-го элемента, где \( S_{ij} \) \( \in S \), с выходом схемы через четное число элементов "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ", в равной \( \bar{c} \)-й в противном случае.

Так, в схеме (рис. I) неисправность \( S_{2-o} \) фиксирует буквы \( a \) и \( \bar{b} \); неисправность \( S_{5-o} \) — букву \( e \); неисправность \( S_{7-o} \) — букву \( \bar{c} \); неисправность \( S_{0-o} \) — букву \( \bar{c} \)

Для схемы можно составить таблицу путей, которая определяет, каким образом неисправности схемы фиксируют буквы ЭНФ. Строки таблицы путей соответствуют буквам ЭНФ, столбцы — неисправностям схемы. На пересечениях \( \bar{c} \)-ой строки и \( \bar{c} \)-го столбца приводится значение 1, если \( \bar{c} \)-й неисправности фиксирует \( \bar{c} \)-ю букву ЭНФ равной 1; и 0, если \( \bar{c} \)-й неисправности фиксирует эту букву равной 0.

Таблица путей для схемы (рис. I) представлена в табл. I.
Комбинационную схему $M$ произвольной конфигурации, где $i$-й элемент может быть связан с выходом схемы несколькими путями, можно провести к эквивалентной схеме без разветвлений $M'$, имеющей ту же ЭНФ [1], что и схема $M$.

Рассмотрим схему $M$, представленную на рис. 2.

Обозначим пути схемы следующим образом:

- $2I$ - 1
- $62I$ - 2
- $643I$ - 3
- $43I$ - 4
- $53I$ - 5

Таблица 1

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>1 - 5</th>
<th>5 - 0</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>I</td>
<td>I</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Наклон-право

<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th>C</th>
<th>A</th>
<th>B</th>
<th>D</th>
<th>E</th>
<th>F</th>
<th>G</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>1</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>2</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
<td>0</td>
</tr>
</tbody>
</table>
ЭФН и обратная ЭФН [2] для схемы \( M \) с учетом принятых обозначений имеют вид:

\[
y = a_1 b_2 v a_2 c_2 v d_2 e_2 f_2 v c_3 e_3 f_3 v a_4 e_4 f_4,
\]

\[
\bar{y} = a_2 b_2 c_2 d_2 e_2 f_2 v a_2 c_2 d_2 e_2 f_2 v b_2 c_2 d_2 e_2 f_2.
\]

На рис. 3 представлена схема без разветвлений \( M' \), эквивалентная схеме \( M \) [1]. Элементы, входящие с выходом схемы \( M \) несколькими путями, обозначены в схеме \( M' \) тем же номером, что и в схеме \( M \), с индексом пути, связывающим этот элемент с выходом схемы.

Очевидно, что неисправность \( S_{y-t} \) схемы \( M' \), где \( C - \) элемент связан с выходом схемы путями \( 1, 2, \ldots, k \), эквивалентна неисправности \( S_{y-t} \) схемы \( M \):

\[
S_{y-t} = S_{y-t} + S_{y-t} + \ldots + S_{y-t}.
\]

Например, неисправность \( S_{y-t} \) в схеме \( M' \). Из эквивалентного представления схемы \( M \) видно, что функция \( f_3 \) реализуемой схемой при сочетании неисправностей, можно получить так же, как и для схем без разветвлений, рассматривая схему \( M' \).
Пусть в схеме рис. 2 имеется сочетание неисправностей

\[ S = \{ S_{ε_{1−1}}, S_{ε_{1+1}} \} \]

Сочетание неисправностей \( S \) в схеме \( M' \) эквивалентно сочетанию неисправностей

\[ S' = \{ S_{ε_{1−1}}, S_{ε_{1+1}}, S_{ε_2} \} \]

в схеме \( M' \).

Тогда сочетание неисправностей

\[ S' = \{ S_{ε_{1−1}}, S_{ε_{1+1}}, S_{ε_2} \} \]

Эти неисправности фиксируют букву \( \epsilon \), равно 0, и буквы

\( \delta_3, \delta_3', \delta_4', \) равны 1.

Таблица путей для схемы \( M \) представлена в табл. 2.

Таким образом, определев, как зафиксированы буквы ЭНФ, покажем, как можно с помощью таблицы путей локализовать неисправности схемы.

Обозначим через \( Q_\epsilon \), произвольное множество букв \( \epsilon \) — го терма, через \( f_{Q_\epsilon} \) — функцию, подключающую в результатах фиксирования множества букв \( Q_\epsilon \) в \( \epsilon \) — терм ЭНФ, равным \( \epsilon \).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Множество букв \( Q_\epsilon \) превращается в \( \epsilon \) — терм на входном наборе \( \epsilon \), если

\[ f_{Q_\epsilon}(e) \neq f(e) \]

и значение всех букв \( \epsilon \) — го терма, за исключением букв \( Q_\epsilon \), равно 1 на этом входном наборе.

В дальнейшем будем использовать проверку \( Q_\epsilon - 1 \) буквой ЭНФ (обратной ЭНФ).

Пусть в схеме \( M ( M' ) \) имеется сочетание неисправностей \( S ( S') \). Обозначим через \( \mathcal{P}_\epsilon \) множество буквы, проверяемое в \( \epsilon \) — терме, в котором сочетание неисправностей \( S \) фиксирует все буквы из \( \mathcal{P}_\epsilon \), равны 1 и не фиксирует ни одной буквы, равной 0. \( \mathcal{P}_{\epsilon, j-1} \) множество букв ЭНФ и обратной ЭНФ, зафиксированных неисправностью \( S_{\epsilon, j-1} \).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Несправность \( S_{\epsilon, j-1} \) \( \in \) \( S' \)

называется существенной, если существует, по крайней мере, одно множество \( \mathcal{P}_\epsilon \), содержащее хотя бы одну букву из \( \mathcal{P}_{\epsilon, j-1} \).

Тогда в ЭНФ (обратной ЭНФ) имеется, по крайней мере, один терм, содержащий \( \mathcal{P}_\epsilon \). Из определения следует, что любая неисправность \( S_{\epsilon, j-1} \) \( \in \) \( S' \), которая фиксирует равной 1 хотя бы одну букву из \( \mathcal{P}_\epsilon \), является существенной.

ТЕОРЕМА 1. Если неисправность \( S_{\epsilon, j-1} \) является существенной, то для любого множества букв \( Q_\epsilon \) \( \in \) \( D_{\epsilon, j-1} \) найдется, по крайней мере, один терм ЭНФ (обратной ЭНФ), в котором нет ни одной буквы, зафиксированной равной 0 и который содержит множество \( Q_\epsilon \).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть в схеме \( M ( M' ) \) имеется сочетание неисправностей \( S ( S') \) и пусть \( S_{\epsilon, j-1} \) \( \in \) \( S' \) — существенная неисправность. Представим схему \( M' \) в виде, показанном на рис. 4.

Пусть \( \epsilon = 1 \) и \( j \) — вход элемента \( \epsilon \) связан с выходом схемы через четное число элементов "И", "И-И", "И-И-И".

Считая \( x \) независимой входной переменной, запишем ЭНФ схемы \( M' \) в виде

\[ Y = A \lor B \]

\[ A = \alpha_1 \lor \alpha_2 \lor \ldots \lor \alpha_m \]

\[ B = \alpha_1 \lor \alpha_2 \lor \ldots \lor \alpha_n \]

(1)

(2)

(3)

ЭНФ для подсхемы \( w \) с выходом \( x \) представлен в виде

\[ x = \alpha_1 \lor \ldots \lor \alpha_j \lor \ldots \lor \alpha_n \]

(4)

ЭНФ для схемы \( M' \) получается в результате подстановки выражений (2), (3) в (1).

\[ Y = \alpha_1 \lor \ldots \lor \alpha_j \lor \ldots \lor \alpha_n \]

(5)

(6)

Очевидно, что все буквы ассоциируются с путями, связанными \( j \) — вход элемента с выходом схемы, зафиксированы неисправностью \( S_{\epsilon, j-1} \) равными 1.

Так как неисправность \( S_{\epsilon, j-1} \) является существенной, то, согласно определению, существует, по крайней мере, один терм \( \alpha_1 \lor \ldots \lor \alpha_j \), в котором нет ни одной буквы, зафиксированной равной 0.
О. Следовательно, в любых термах ЭНФ, полученных из выражения

\[ a_i \ (z_1, v, \ldots, z_\ell) \]

нит ни одной буквы, зафиксированной разной 0, и взаимно \( Q_\ell \in P_{z \neq \ell} \)

contains хотя бы в одном из термов выражения (4).

Доказательство аналогично, если \( \ell = O(1) \) и \( z \neq j \) вход \( z^2 \) —
go-элемента связан с выходом схемы через источник нечетное (четное) число элементов "НЕ", "НЕ-И", "НЕ-ИЛИ" схемы.

Обозначим через \( Q_\ell \) множество одиночных ненашихностей, каждая из которых фиксирует все буквы из множества \( O \) равным 1; \( \gamma_{Q_\ell} \) — множество наборов, каждый из которых проверяет любое \( Q \in O \) в \( \kappa \) — терте.

Сформулируем следующее утверждение.

**ТЕОРЕМА 2.** Пусть в схеме \( N \) имеется сочетание ненаправленности \( \gamma \). Тогда множество \( G_\gamma \) не содержит ни одной существенной ненаправленности из \( \gamma' \), если для каждого из термов, в которых содержится, по крайней мере, одна буква из \( \gamma \), в множестве \( \gamma_{Q_\ell} \) существует хотя бы один набор \( \gamma_{Q_\ell} \) на котором при проверке схемы получен неправильный результат.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть \( \gamma \) — существенная ненаправленность схемы \( N \). Тогда на основании теоремы 1 существует, по крайней мере, один терм ЭНФ (обратной ЭНФ), в котором ни одна буква не зафиксирована равной 0 и который содержит множество \( Q \). Тогда при проверке \( Q \in O \) в этом терме получается неправильный результат, что противоречит условию теоремы.

Обозначим через \( G \) множество одиночных ненаправленностей схемы.

СЛЕДСТВИЕ. Пусть при проверке схемы на множество входных наборов \( \gamma \) было получено правильный результат. \( Q_\ell, \ldots, Q_\ell \) — множество букв, каждое из которых удовлетворяет условию теоремы 2. Тогда множество

\[ G_\gamma = G \cap \left( \bigcup_{i=1}^{\ell} G_{Q_i} \right) \]

содержит все существенные ненаправленности схемы.

Очевидно, что при любом сочетании ненаправленностей в схеме существует хотя бы одна существенная ненаправленность.

Следствие теоремы 2 позволяет сформулировать следующий алгоритм диагностики произвольного сочетания ненаправленностей.

1. Для схемы строится таблица путей.
2. Схема проверяется на множестве входных наборов теста и фиксируется результат проверки каждого набора.
3. По результатам проверки определяются множества \( Q_\ell, \ldots, Q_\ell \), удовлетворяющие условию теоремы 2.
4. Из таблиц путей определяются множества ненаправленностей \( G_{Q_\ell}, \ldots, G_{Q_\ell} \).
5. Определяется множество

\[ G_\gamma = G \cap \left( \bigcup_{i=1}^{\ell} G_{Q_i} \right) \]

ЗАМЕЧАНИЕ. При определении \( Q_\ell, \ldots, Q_\ell \) возможен случай, когда множество \( Q_\ell \in G_{Q_i} (j \neq i) \). Тогда множество \( G_{Q_i} \subseteq G_{Q_j} \), следовательно, достаточно определить множество \( Q_\ell \).

Применим алгоритм диагностики на примере схемы рис.
2. Пусть в схеме имеется сочетание ненаправленностей

\[ S = \{ S_{92}, S_{671} \} \]

и схема проверяется на наборах множества
являющегося одиночным диагностическим тестом.

1. Таблица путей схемы рис.2 представлена в табл. 2.

2. При проверке схемы на каждом из наборов множества \( \mathcal{N} \) будет получен правильный результат.

3. Выпишем множества \( Q_x \), проверяемые на наборах множества \( \mathcal{N} \).

Верные пять наборов проверяют следующие \( Q_x \) в ЭНФ:

\[
\mathcal{N} = \mathbf{a} \cup \mathbf{b} \cup \mathbf{c} \cup \mathbf{d} \cup \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{a}_x \cup \mathbf{b}_x \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x
\]

1) 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1
2) 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1
3) 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1
4) 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1

1) \( \mathbf{a} \cup \mathbf{b} \cup \mathbf{c} \cup \mathbf{d} \cup \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{a}_x \cup \mathbf{b}_x \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \)
2) \( \mathbf{b} \cup \mathbf{c} \cup \mathbf{d} \cup \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{b}_x \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \)
3) \( \mathbf{c} \cup \mathbf{d} \cup \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \)
4) \( \mathbf{d} \cup \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \)
5) \( \mathbf{e} \cup \mathbf{f} \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \)

Остальные пять наборов проверяют следующие \( Q_x \) в обратной ЭНФ.

\[
\mathcal{N} = \mathbf{a}_x \cup \mathbf{b}_x \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x \cup \mathbf{a}_x \cup \mathbf{b}_x \cup \mathbf{c}_x \cup \mathbf{d}_x \cup \mathbf{e}_x \cup \mathbf{f}_x
\]

6) 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 1 1 1
7) 0 0 1 1 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
8) 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
9) 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
10) 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

С учетом замечаний определим множества \( Q_i \), удовлетворяющие условиям теоремы 2:

\[
Q_1 = \mathbf{a}_x, \quad Q_2 = \mathbf{b}_x, \quad Q_3 = \mathbf{c}_x, \quad Q_4 = \mathbf{d}_x, \quad Q_5 = \mathbf{e}_x, \quad Q_6 = \mathbf{f}_x
\]

4. Множества \( G_{Q_1} \ldots G_{Q_6} \) состоят из ненаправленных, фиксирующих равными 1 буквы \( \mathbf{a}_x, \mathbf{b}_x, \mathbf{c}_x, \mathbf{d}_x, \mathbf{e}_x, \mathbf{f}_x \), соответственно. Эти множества находятся из табл. 2.

Множества \( Q_{Q_1} \ldots Q_{Q_6} \) состоят из ненаправленных, фиксирующих равными 0 буквы \( \mathbf{a}_x, \mathbf{b}_x, \mathbf{c}_x, \mathbf{d}_x, \mathbf{e}_x, \mathbf{f}_x \), соответственно (табл. 2).

Множество \( G_{Q_{Q_1}} \) состоит из ненаправленных \( S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_2}} \), \( S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_3}} \), \( S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_4}} \), \( S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_5}} \), \( S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_6}} \), фиксирующие равными 0 одновременно буквы \( \mathbf{b}_x \) и \( \mathbf{c}_x \).

5. Множество

\[
G_0 = G \cap \bigcup_{i=1}^{6} G_{Q_i} =
\]

\[
= \{ S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_2}}, S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_3}}, S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_4}}, S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_5}}, S_{Q_{Q_1} \rightarrow Q_{Q_6}} \}.
\]
Некоторые из ошибок $S_{2-0}$, $S_{2+0}$, $S_{2-0}$ неразличимы. В результате локализации определено множество некоррекций:

$S_{2-0}$, $S_{2+0}$, $S_{2-0}$, $S_{2-0}$,

среди которых есть заданные некоррекции схемы.

Источники

1. Кобринский Н. Е., Трахтенберг Б. А. "Введение в теорию конечных автоматов". Физматгиз, 1962.


Поступила в редакцию
15. IV. 1971