

УДК 62-5:007:621.391:519.2

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОВЫШЕНИЮ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ
АВТОМАТИЧЕСКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Г.Я.Волошин, С.М.Авдошин, Н.А.Бабаев

Один из подходов к решению задачи автоматической классификации заключается в задании на множестве всевозможных разбиений π объектов целевой функции $F = F(x_1, x_2, \dots, x_p)$, где x_j , $j = \overline{1, p}$, — таксономические параметры, характеризующие получаемые таксономические структуры. При этом задаваемая функция отражает некоторые эвристические соображения о выделении классов и степени предпочтительности одного разбиения перед другим. В этом случае задача автоматической классификации решается последовательным перебором всех возможных разбиений и отысканием такого из них, которое приводит к оптимальному значению целевой функции. Такой подход называется вариационным.

Исследования показывают, что применимость вариационных алгоритмов для решения ряда прикладных задач в значительной степени связана с уменьшением их временной сложности.

Так, в случае полного перебора, число возможных разбиений N множества из n объектов определяется по формуле $N = \sum_{k=1}^n S(n, k)$, где k — число классов,

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot (-1)^{k-i} \cdot i^n -$$

число Стирлинга второго рода [1]. Поэтому в качестве альтернативы на практике применяют различные методы, уменьшающие трудоемкость вычислений. Условно их можно разделить на две группы.

В первой группе методов оптимальное решение ищется в классе всех возможных разбиений. Выигрыш в объеме вычислений здесь дости-

гается за счет построения более эффективной процедуры оценки получаемых разбиений. К числу таких методов можно отнести методы динамического программирования. Сущность их заключается в "запоминании" промежуточных результатов вычислений, которые являются общими для различных разбиений [1].

Во второй группе методов уменьшение объема вычислений достигается за счет того, что просматривается только некоторое подмножество всех возможных вариантов разбиения объектов. Такой подход характерен для задач комбинаторного типа. При этом, естественно, существует определенная вероятность того, что найденное решение не будет оптимальным. Величина этой вероятности, очевидно, определяется как используемым алгоритмом, так и кластеризационными свойствами исследуемой совокупности объектов. К этой группе можно отнести, например, метод, где перебор осуществляется по дугам дерева, которое строится на множестве исследуемых объектов [2]. Поскольку разбиения здесь получают удалением дуг, то общее их число определяется следующим выражением:

$$N = 1 + \sum_{p=1}^{n-1} C_{n-1}^p,$$

где $p=k-1$ - число удаляемых дуг. К этой же группе можно отнести и иерархические методы автоматической классификации. Асимптотическая временная сложность иерархических алгоритмов составляет $O(n)$, что достигается за счет введения промежуточного критерия, формализующего порядок образования классов.

Применительно к задачам комбинаторного типа можно указать еще один достаточно эффективный путь снижения общего объема вычислений. Он связан с уменьшением мультипликативной постоянной во временной оценке сложности алгоритмов и может быть использован в любом из перечисленных методов. Сущность его заключается в выборе способа представления данных, реализуемых вариационными алгоритмами, который и обеспечивает снижение трудоемкости вычислений.

Существует большое количество алгоритмов, в которых для определения целевой функции F используются понятия: среднее квадратов расстояний между объектами, удаленность классов друг от друга, минимум и максимум дисперсии, компактность объектов в классе и др. Как было показано в [2], оценку этих параметров удобно проводить, построив на множестве объектов кратчайшее связывающее де-

рево. Рассмотрим метод решения оптимизационных задач на графах, применение которого в задачах количественной оценки таксономических структур связано с представлением такого дерева в виде волнового графа [3], что, как будет показано, позволяет повысить эффективность вариационных алгоритмов.

Приведем постановку задачи, алгоритм ее решения и покажем, как с его помощью эффективно строить кратчайшие связывающие деревья.

Пусть $R_\rho = (R, \rho)$ - множество R , предпорядоченное отношением ρ , $\rho \subset R \times R$, и e_ρ - наибольший элемент в R_ρ ($\forall a \in R \ a \rho e_\rho$). Обозначим через $\text{End } R_\rho$ полугруппу эндоморфизмов множества R_ρ . Тогда $h \in \text{End } R_\rho \Leftrightarrow \forall a \in R, \forall b \in R \ a \rho b \Rightarrow h(a) \rho h(b)$. Пусть также $G(X, E)$ - произвольный ориентированный граф с множеством помеченных вершин $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и множеством дуг $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$.

Функция $H: E \rightarrow \text{End } R_\rho$ - весовая функция, определенная на множестве дуг графа со значениями в полугруппе эндоморфизмов множества R_ρ , т.е. каждой дуге (x_i, x_j) сопоставляется ее вес $H((x_i, x_j)) = h_{ij}(a) \in R$. Тройка $K_G = (G, R_\rho, H)$ называется комплексом оптимизации.

Волновым графом $I(\Pi)$ рода $w^{(1)} = (X, E^{(1)})$ ($w^{(2)} = (X, E^{(2)})$) называется ориентированный граф, для которого выполняется соотношение $st^+x \leq 1$ ($st^-x \leq 1$), где $st^+(st^-)$ - полустепень захода (исхода) вершины x . Вершина x , для которой $st^+x = 0$ ($st^-x = 0$), является истоком (стоком) волнового графа.

Для машинной реализации класс волновых графов удобно описать посредством некоторого множества волновых функций, аналогично матричному представлению произвольного графа (посредством матрицы смежности или инцидентности). Волновой функцией (волновой функцией по вершинам [3]) называется произвольное отображение $\omega: X \rightarrow I$, где $I = \{0, 1, 2, \dots, n\}$. Поставим в соответствие волновой функции ω волновой граф I и Π рода по формулам

$$w_\omega^{(1)} = (X, E_\omega^{(1)}), \quad E_\omega^{(1)} = \{(x_\omega(x_j), x_j) \mid \omega(x_j) \neq 0, j = 1, 2, \dots, n\},$$

причем x_j - исток $\Leftrightarrow \omega(x_j) = 0$, и $w_\omega^{(2)} = (X, E_\omega^{(2)})$, где $E_\omega^{(2)} = \{(x_i, x_\omega(x_i)) \mid \omega(x_i) \neq 0, i = 1, 2, \dots, n\}$, x_i - сток $\Leftrightarrow \omega(x_i) = 0$.

Волновая функция согласована с графом G , если волновой граф, поставленный в соответствие волновой функции, является подграфом графа G .

Определим элементарную ω -перестройку волновой функции ω , согласованной с графом G , как

$$\pi_{i,j}^{\omega}(\omega)(x) = \begin{cases} \omega(x), & x \neq x_j, \\ 1, & x = x_j. \end{cases}$$

Характеристической функцией называется произвольное отображение $\lambda: X \rightarrow R_p$. Элементарную λ -перестройку характеристической функции определим выражением

$$\pi_{i,j}^{\lambda}(\lambda)(x) = \begin{cases} \lambda(x), & x \neq x_j, \\ h_{i,j}(\lambda(x_i)), & x = x_j. \end{cases}$$

Пусть $\Lambda^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} \Lambda_k$, где $\Lambda_k = \{\pi_{i,j}^{\lambda}(\lambda) \mid \lambda \in \Lambda_{k-1}, i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n\}$ при $k \geq 1$ и $\Lambda_0 = \{\lambda_0\}$.

Пара функций (λ, ω) согласована, если ω согласована с графом G и выполняется соотношение $\forall x_j \in X \quad \omega(x_j) \neq 0 \Rightarrow \pi_{\omega(x_j),j}^{\lambda}(\lambda)$. Иными словами пара функций согласована, если λ -перестройка по любой дуге волнового графа $\mathbb{W}_{\omega}^{(1)}$ не меняет значений характеристической функции в вершинах.

Функция $\lambda_p \in \Lambda^*$ оптимальна $\Leftrightarrow \forall x \in X \quad \forall \lambda \in \Lambda^* \quad \lambda_p(x) \leq \lambda(x)$. Пусть пара функций (λ_0, ω_0) согласована. Тогда ω_p , определяемая по формуле

$$\omega_p(x) = \begin{cases} \omega_0(x), & \lambda_0(x) = \lambda_p(x), \\ 1, & \lambda_0(x) \neq \lambda_p(x) \wedge (x=x_j) \wedge (\lambda_p = \pi_{i,j}^{\lambda_0}(\lambda_0)), \end{cases}$$

называется оптимальной. Граф $\mathbb{W}_p = \mathbb{W}_{\omega_p}^{(1)}$ — оптимальный волновой граф.

Под \mathbb{W} -задачей оптимизации на произвольном ориентированном графе G понимается следующая задача: задан комплекс оптимизации K_G и фиксирована начальная пара согласованных функций (λ_0, ω_0) , требуется найти оптимальную характеристическую функцию $\lambda_p \in \Lambda^*$ и оптимальную волновую функцию $\omega_p \in \Omega^*$, где $\Omega^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} \Omega_k$, $\Omega_k = \{\pi_{i,j}^{\omega}(\omega) \mid \omega \in \Omega_{k-1}; i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n\}$ при $k \geq 1$ и $\Omega_0 = \{\omega_0\}$.

Решением W -задачи оптимизации называется пара (λ_ρ, w_ρ) , где w_ρ - волновой подграф графа G . В силу данных выше определений функция w_ρ согласована с графом G и оптимальной характеристической функцией λ_ρ .

Решение этой задачи можно найти с помощью обобщенного алгоритма "волны" [3]:

1⁰. Положить $\lambda := \lambda_0, w := w_0$.

2⁰. Найти дугу $(x_i, x_j) \in E$, для которой $\lambda(x_j) \bar{\rho} h_{ij}(\lambda(x_i))$, где $\bar{\rho} = R \setminus \rho$ и вычислить $\lambda := \pi_{ij}^\lambda(\lambda)$, $w := \pi_{ij}^w(w)$.

3⁰. Применять правило п.2⁰ до тех пор, пока $\forall (x_i, x_j) \in E, \lambda(x_j) \rho h_{ij}(\lambda(x_i))$.

4⁰. Закончить работу, результат $(w = w_\rho) \wedge (\lambda = \lambda_\rho)$, а пара (λ_ρ, w_ρ) - решение W -задачи.

В постановке задачи и алгоритма для определенности рассмотрим волновые графы I рода. Для волновых графов II рода соответствующие конструкции аналогичны в силу классического принципа двойственности [4].

Можно показать, что задача построения кратчайшего связывающего дерева сводится к W -задаче.

Предварительно рассмотрим F -задачу оптимизации: по комплексу оптимизации K_G и начальной характеристической функции λ_0 построить оптимальную характеристическую функцию $\lambda_\rho \in \Lambda^*$ и подграф $F_{\lambda_\rho} = (X, E(\lambda_\rho))$ графа G , согласованный с функцией λ_ρ в следующем смысле:

$$\forall x_i \in X \quad \forall x_j \in X \quad (x_i, x_j) \in E(\lambda_\rho) \Leftrightarrow \lambda(x_j) = \pi_{ij}^\lambda(\lambda)(x_j).$$

Подграф $F = F_{\lambda_\rho}$, согласованный с оптимальной функцией λ_ρ , называется полем оптимизации комплекса K_G .

Из сравнения W - и F -задач следует, что поле оптимизации F при фиксированной функции λ_0 представляет собой объединение по всем функциям w_ρ , согласованным с λ_ρ , оптимальных волновых графов - решений W -задачи с парой (λ_0, w_0) при произвольной w_0 , поскольку, даже при фиксированной паре (λ_0, w_0) , оптимальный волновой граф w_ρ , вообще говоря, неединствен. Поле оптимизации может быть найдено с помощью волнового алгоритма, в котором удалены операции, связанные с w функцией. Неединственность решения W -задачи позволяет эффективно использовать поле оптимизации при организации вычислений в волновых алгоритмах.

В [5] доказано, что любой путь μ кратчайшего связывающего дерева T является минимаксным путем. Это утверждение позволяет предложить следующую схему для нахождения кратчайшего связывающего дерева: $T = (X, E(T))$, где $E(T) = \bigcap_{\tilde{x} \in X} E(F(\tilde{x}))$.

Здесь $F(\tilde{x})$ — поле оптимизации с комплексом, соответствующим построению дерева $T(\tilde{x})$ минимаксных путей с корнем в вершине \tilde{x} . При этом каждое ребро u графа G заменяется двумя противоположно направленными дугами с весами, равными весу исходного ребра u .

Приведем комплекс оптимизации для решения задачи построения дерева минимаксных путей и укажем начальную пару согласованных функций (λ_0, ω_0) : граф G — полный; $R = [0, +\infty]$; $\forall a \in R, \forall b \in R, a \rho b \Rightarrow a \leq b$; $\forall x_i \in X, \forall x_j \in X, \forall a \in R, h_{i,j}(a) = \max(a, c_{i,j})$, где $c_{i,j}$ — параметр, определяющий вес дуги (x_i, x_j) , $h_{i,j} \in \text{End } R_\rho$;

$$\forall x \in X, \omega_0(x) = 0, \lambda_0(x) = \begin{cases} 0, & x = \tilde{x}, \\ +\infty, & x \neq \tilde{x}. \end{cases}$$

В качестве корня \tilde{x} можно взять произвольную вершину графа.

Несложные эквивалентные преобразования указанной выше схемы построения кратчайшего связывающего дерева и выбор организации просмотра в обобщенном алгоритме "волны" позволяют получить следующий эффективный волновой алгоритм построения дерева:

1⁰. Положить $Q := X \setminus \{x_n\}$,

$$\lambda(x) := \begin{cases} 0, & x = x_n, \\ +\infty, & x \neq x_n, \end{cases} \quad \forall x \in X, \quad \omega(x) := 0.$$

2⁰. Если $|Q| = 1$, то закончить работу; результат: $T = (X, E_w)$, где $E_w = \{(x_i, x_{\omega(x_i)}) \mid i = 1, 2, \dots, n-1\}$ — кратчайшее связывающее дерево.

3⁰. Найти вершину $x_i \in Q$ такую, что $\forall x_j \in Q \quad \lambda(x_i) \rho \lambda(x_j)$.

4⁰. Положить $Q := Q \setminus \{x_i\}$.

5⁰. Для каждой дуги (x_i, x_j) такой, что $x_j \in Q \wedge \lambda(x_j) \bar{\rho} x_i h_{i,j}(\lambda(x_i))$, вычислить $\lambda := \pi_{i,j}^\lambda(\lambda)$, $\omega := \pi_{i,j}^\omega(\omega)$, здесь $h_{i,j}(a) = c_{i,j}$;

6⁰. Перейти к п. 2⁰.

Поскольку временная сложность пп. 3⁰ и 5⁰ $O(|Q|)$, а эти пункты выполняются при $|Q|$, изменяющемся от $n-1$ до 2, то временная сложность всего алгоритма — $O(n^2)$.

Отметим, что преимущество данного алгоритма перед другими, хорошо известными алгоритмами построения кратчайших связывающих деревьев [6-8] заключается в том, что он имеет меньшую мультипликативную постоянную во временной оценке сложности. Это связано с тем, что упомянутые алгоритмы работают с представлением ребер дерева в виде пары вершин, а в приведенном алгоритме $\pi_{1,j}^w$ - перестройка волновой функции связана с одной единственной операцией $\omega(x_j) := 1$.

Предложенный алгоритм требует также меньшего объема памяти: для размещения массива, описывающего характеристическую функцию λ - $4n$ байт, а для размещения массива волновой функции ω и множества Q - $2n$ байт.

Представление кратчайшего связывающего дерева в виде волнового графа и связанной с ним волновой функции позволяет значительно упростить процедуру оценки таксономических параметров. Действительно, поскольку операция удаления ребра, определенная на множестве волновых графов, не выводит за пределы этого множества, то получаемый в результате применения этой операции граф, также является волновым. При этом компоненты связности этого графа однозначно определяются его корнями. Это позволяет строить более эффективные, по сравнению с другими способами представления деревьев, процедуры выделения классов.

Ребра волнового графа, инцидентные некоторой вершине x_j , могут быть просмотрены за время $O(1)$, если воспользоваться двумя вспомогательными массивами размерности n , представляющими ориентированный граф, двойственный к волновому, в виде структуры смежности [7]. В сочетании с особенностями волнового представления графов это позволяет быстрее оценивать таксономические параметры, чем при других известных способах представления деревьев.

Как видно, реализация волнового способа представления данных в вариационных алгоритмах позволяет выделить три составляющие уменьшения трудоемкости вычислений:

1. Использование волнового алгоритма построения кратчайшего связывающего дерева.
2. Организацию на основе полученного волнового представления дерева соответствующей процедуры выделения классов.
3. Собственно оценку таксономических параметров.

Таким образом, при одном и том же порядке роста временной сложности алгоритма обеспечивается уменьшение мультипликативной постоянной. В общем случае выигрыш в объеме вычислений определя-

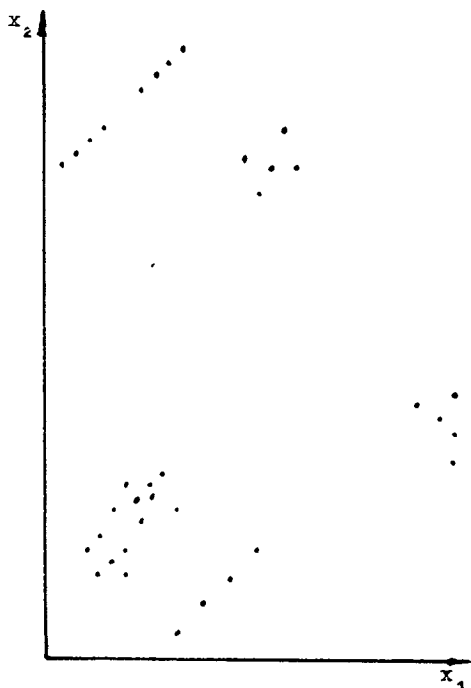


Рис. I

Т а б л и ц а I

Число выделяемых классов	Выигрыш во времени (число раз)
2	4
3	11
4	12
5	15

ется в последовательном разбиении заданного множества объектов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ на фиксированное число классов k от 2 до n с количественной оценкой получаемых таксономических структур $F=F(k)$. Для получения промежуточных разбиений применяется хорошо извест -

ется особенностями используемого алгоритма и зависит от числа просматриваемых разбиений и размерности задачи. Например, для алгоритмов, реализующих перебор по дугам дерева, в снижении трудоемкости вычислений превалируют составляющие пп. 2⁰ и 3⁰. В частности, использование волнового способа представления данных для примера, приведенного на рис. I, в алгоритме КРАБ [2] позволяет получить следующие оценки выигрыша во времени вычислений (см. табл. I). Соответствующие оценки могут быть получены и для иерархических методов. При этом выигрыш во времени будет определяться составляющей п. 3⁰, т.е. за счет оценки таксономических параметров.

Наличие быстродействующего алгоритма построения кратчайшего связывающего дерева позволяет эффективно использовать его в алгоритмах автоматической классификации, реализующих циклические процедуры построения деревьев. В качестве иллюстрации можно привести следующий метод автоматической классификации. Сущность его заключа-

ный метод k - внутригрупповых средних, основанный на минимизации показателя качества, называемого суммой квадратов ошибки

$$J = \sum_{j=1}^k \sum_{\vec{x} \in S_j} \|\vec{x} - \vec{\pi}_j\|^2,$$

где S_j - множество объектов j -го класса,

$$\vec{\pi}_j = \frac{1}{W_j} \sum_{\vec{x} \in S_j} \vec{x} -$$

вектор средних, W_j - число объектов в классе j .

При этом назначение центров новых классов осуществляется не произвольным образом, а на основе метода максимальных расстояний [9], в котором значение пороговой константы, ограничивающей процесс - цедуру назначения центров новых классов, принимается равным нулю. Это позволяет, во-первых, уменьшить время сходимости алгоритма при $k < n$ и, во-вторых, снизить его чувствительность к порядку назначения центров классов. При оценке промежуточных разбиений за основу можно взять, например, выражение для целевой функции, полученное в [2]. Для того чтобы распространить его на случай автоматической классификации с неизвестным числом классов, достаточно ввести в рассмотрение дополнительный параметр, позволяющий сравнить таксономические структуры при переменном k .

Оценка таксономических параметров проводится следующим образом. На множестве объектов каждого из k полученных классов, как на множестве вершин, строятся кратчайшие связывающие деревья $G_1(X_1, E_1)$, $X_1 \in X$, $i = \overline{1, k}$. Затем на множестве полученных классов строится еще одно кратчайшее связывающее дерево $H_k(X_k, E_k)$, $X_k \in X$, причем дугами этого дерева считаются отрезки, соединяющие два ближайших объекта соседних классов. Таксономические параметры определяются на основе дерева $T_k(X, \Gamma_k) = \{G_1(X_1, E_1)\} \cup H_k(X_k, E_k)$, $\Gamma_k = \{E_1\} \cup E_k$, $i = \overline{1, k}$. Для получаемых таким образом деревьев, а также с учетом предпочтения одного разбиения перед другим было получено следующее эмпирическое выражение для целевой функции:

$$F = \frac{d_1}{d_2 \lambda_1^2 \lambda_2^2},$$

где d_1 - среднее расстояние между классами разбиения, d_2 - среднее расстояние между объектами внутри классов, λ_1 и λ_2 - коэффи-

циенты, учитывающие однородность распределения объектов внутри классов и классов в пространстве признаков.

Если на множестве дуг дерева T_k задана весовая функция $f(e_{ij}) = \sqrt{\|\vec{x}_i - \vec{x}_j\|^2} \in R_+^1$, $e_{ij} \in \Gamma_k$, представляющая собой расстояние в n -мерном евклидовом пространстве, то таксономические параметры в выражении для целевой функции определяются следующим образом: $a_1 = \frac{1}{k-1} S(H_k)$, где $S(H_k)$ - вес подграфа $H_k \subseteq T_k$,

$$a_2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{W_i - 1} S_i(G_i),$$

где W_i - число вершин подграфа $G_i \subseteq T_k$, $S_i(G_i)$ - вес подграфа G_i .

Пусть также на множестве дуг E_i и E_k задана функция

$$\lambda(e_{ij}) = \frac{f(e_{ij})}{\min_{p,q} f(e_{ip}), f(e_{jq})} \in [0,1], f(e_{ip}), f(e_{jq}) \neq 0,$$

здесь e_{ip}, e_{jq} - дуги, инцидентные вершинам x_i и x_j . Тогда

$$\lambda_1 = \frac{1}{k} \sum_p \sum_{i,j} \frac{1}{W_p - 1} \lambda^p(e_{ij}), p = \overline{1, k}; e_{ij} \in E_p(G_p);$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i,j} \lambda(e_{ij}), e_{ij} \in E_k(H_k).$$

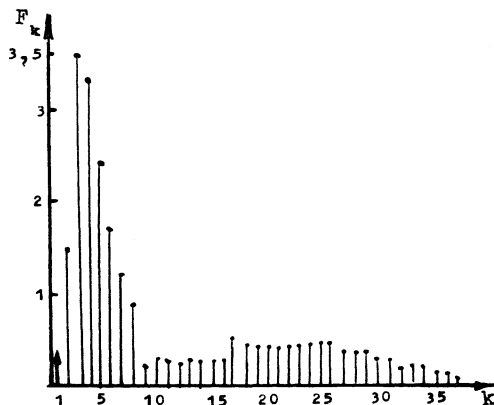


Рис. 2

Таким образом, чем дальше удалены классы друг от друга, чем ближе друг к другу располагаются объекты внутри классов и чем более однородно расположены объекты внутри классов, а классы - в пространстве признаков, тем выше значение целевой функции.

Временная сложность описываемого алгоритма, как и для случая иерархических алгоритмов $O(n)$. Для иллюстрации работы алгоритма приведем пример классифи-

кации объектов, изображенных на рис.1. На рис.2 показан вид полученной зависимости $F=F(k)$ значений целевой функции от количества выделяемых классов.

Описанный алгоритм позволяет получить хорошую точность классификации при наличии неразмытых структурных образований. Вид полученной зависимости $F=F(k)$ и значение целевой функции в точке максимума дают возможность судить о достоверности результатов классификации. Если полученная кривая имеет пологую форму и незначительную разницу между максимальными и минимальными значениями целевой функции, то это говорит прежде всего о том, что изучаемое множество объектов имеет размытую, нечетко выраженную структуру. В этом случае для подтверждения полученных результатов необходимо проводить дополнительное исследование. Для волнового представления данных время счета примера, приведенного на рис.1, на ЭВМ ЕС-1033 составило 30 сек.

Л и т е р а т у р а

1. ДЮРАН Б., ОДЕЛЛ П. Кластерный анализ. - М.: Статистика, 1977. - 132 с.
2. ЕЛКИНА В.Н., ЗАГОРУЙКО Н.Г. Количественные критерии качества таксономии и их использования в процессе принятия решений. - Вычислительные системы. Вып. 36. Новосибирск, 1969, с. 29-46.
3. АВДОШИН С.М., БЕЛОВ В.В. Обобщенный метод волны для решения экстремальных задач на графах. - ЖВМ и МФ, 1979, т. 19, №3, с. 739-755.
4. БЕРЖ К. Теория графов и ее применение. - М.: Изд-во ин. лит., 1962. - 319 с.
5. КАЛАБА Р. Теория графов и автоматическое управление. - В кн.: Прикладная комбинаторная математика/Под ред. Э.Беккенбаха. М., Мир, 1965. с. 141-158.
6. РЕЙНГОЛЬД Э., НИВЕРГЕЛЬТ Ю., ДЕО Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. - М.: Мир, 1980. - 476 с.
7. АХО А., ХОПКРОФТ Дж., УЛЬМАН Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. - М.: Мир, 1979. - 536 с.
8. ДЕЙКСТРА Э. Дисциплина программирования. - М.: Мир, 1978. - 275 с.
9. ТУ Дж., ГОМСАЛЕС Р. Принципы распознавания образов. - М.: Мир, 1978. - 411 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
20 марта 1984 года