

УДК 62-5:007:621.391

СИНХРОНИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Н.Г.Загоруйко, О.В.Кужелев

Классические методы таксономии (кластеризации) весьма популярны как средство анализа численного материала, представленного в виде прямоугольных таблиц типа "объект-свойство" или "объект-объект" [1,2]. Обычно двумерные таблицы характеризуют исследуемые явления в статическом положении, зафиксированном в какой-то момент времени. Как известно, существует значительный класс реальных явлений, где существенная роль принадлежит времени. Их описание требует введения временной размерности. Образуются трехходовые таблицы типа "объект-свойство-время" (по терминологии [3] - 3-таблицы). Объекты 3-таблиц приобретают динамические свойства. В отличие от статического случая их можно рассматривать в качестве некоторых процессов. Появляются понятия "течение" процесса, "длительность" процесса. Течение может быть стационарным (полное отсутствие зависимости от времени), линейным, монотонным (сравнительно простая зависимость от времени) и, наконец, ни линейным, ни монотонным. Имеет смысл также термин "скорость" процесса. "Замедленным" и "ускоренным" процессам будут соответствовать растянутость и сжатость событий вдоль оси времени. Моменты как начала, так и окончания процессов могут быть не синхронизированы. На рис.1 даны соответствующие примеры, причем в связи с трудностью изображения на плоскости многомерных случаев приводятся сечения 3-таблиц по некоторому фиксированному свойству (кривые 1-4 - объекты).

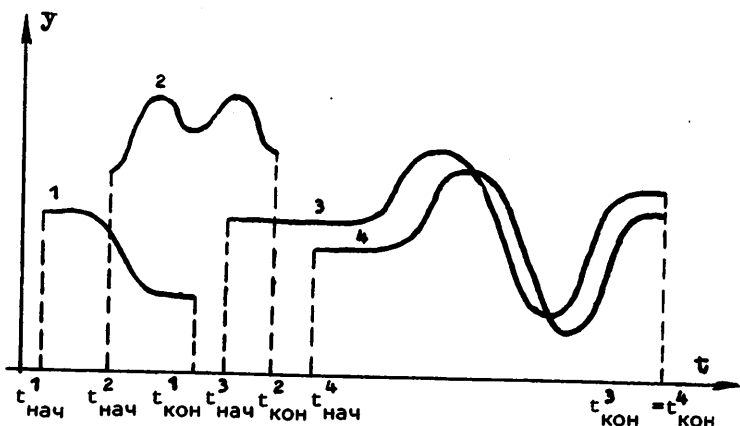


Рис. 1

Отмеченная выше асинхронность процессов исключает механическое перенесение в динамику традиционных в статике способов вычисления расстояний (между объектами), большинство из которых являются частными формами специального класса метрических функций, известных как метрики Минковского:

$\Delta_{ij} = \left(\sum_{k=1}^n |x_{ik} - x_{jk}|^p \right)^{1/p}$, где Δ_{ij} - расстояние между объектами i и j , x_{ik} - значение k -го свойства для i -го объекта, n - число свойств.

В поиске меры сходства между динамическими объектами на интуитивном уровне можно выделить следующие положения. Во-первых, хотелось бы, чтобы "похожим" объектам соответствовали "похожие" формы кривых (объекты 3, 4 на рис. 1). При этом, наверное, не следует "сущность" объекта-процесса ставить в жесткую зависимость от скорости его течения. Для объектов, чьи кривые изображены на рис. 2, "схожесть" поведения прослеживается через одинаковое чередование подъемов и спусков, пусть даже такое чередование идет в одни периоды замедленно, а в другие ускоренно (A_1 и B_1 , A_2 и B_2 , ..., A_L и B_L - "парные"

точки). Продолжая аналогию с процессами, важно отметить, что не только нельзя требовать от динамических объектов синхронного начала и окончания - $t_{нач}^i \neq t_{нач}^j$, $t_{кон}^i \neq t_{кон}^j$ для любых i и j , - но и, более того, они могут следовать как параллельно во времени, так и последовательно друг за другом, т.е. не исключено, что $t_{кон}^i < t_{нач}^j$.

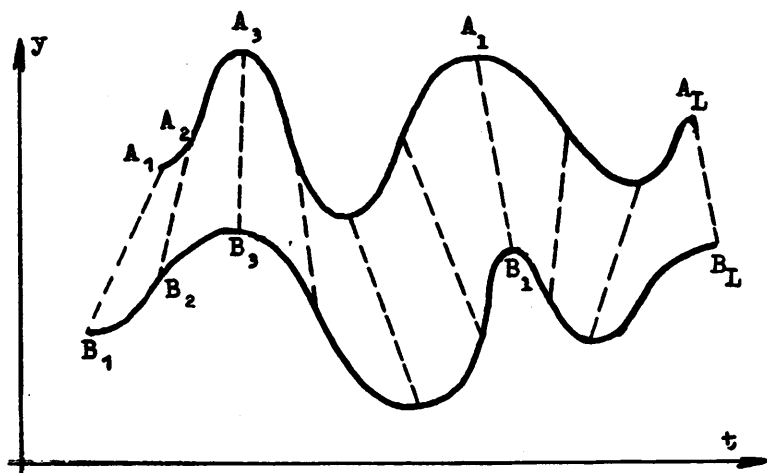


Рис. 2

Таким образом, алгоритм, вычисляющий меру сходства, должен стараться синхронизировать процессы, определяя "парные" точки (в некотором смысле адекватные стадии этих процессов), для чего необходимо деформировать определенным образом кривые вдоль оси времени, как бы "натягивая" их друг на друга (рис.2).

Идея метода вычисления нормализованного расстояния с использованием динамического программирования, изложенная в [4-6], применима к динамическим объектам с многими свойствами. Динамическое программирование есть метод оптимизации, приспособленный к многошаговым операциям, которые представляют собой уп-

правляемые процессы. Деформация объектов вдоль оси времени делается так, чтобы максимально синхронизировать процессы, установить соответствие между "объективно" существующими "парными" точками на кривых как близкими этапами, стадиями в течение этих процессов. Вычисление нормализованного расстояния между объектами I и II - $D(I, II)$ - начинается с заполнения матрицы элементарных расстояний $d(i, j) = \sum_{k=1}^n |x_{ik}^I - x_{jk}^{II}|$ (x_{ik}^I - значение k -го свойства в момент i объекта I, x_{jk}^{II} - значение k -го свойства в момент j объекта II), на которой далее определяется такая функция деформации F (путь точек $c(k)$ из нижнего левого угла в верхний правый - рис.3), чтобы $D(I, II)$ удовлетворяло условию:

$$D(I, II) = \min_F \left(\sum_{k=1}^K d(c(k)) w(k) / \sum_{k=1}^K w(k) \right),$$

где $w(k)$ - весовые коэффициенты: $w(k) = (i(k) - i(k-1)) + (j(k) - j(k-1))$, или

$$D(I, II) = \frac{1}{\sum_{k=1}^K w(k)} g_K(c(K)) = \frac{1}{i_{\text{кон}} + j_{\text{кон}}} g_K(c(K)).$$

Функция F удовлетворяет условиям:

- монотонности: $i(k-1) \leq i(k)$, $j(k-1) \leq j(k)$,
- непрерывности: $i(k) - i(k-1) \leq 1$, $j(k) - j(k-1) \leq 1$,
- граничным условиям: $i(1) = 1$, $j(1) = 1$, $i(K) = i_{\text{кон}}$, $j(K) = j_{\text{кон}}$,

- ограничениям наклона: $p = m_1/m_2$ (если точка $c(k)$ переместилась в направлении $i(j)$ непрерывно m_2 раз, то она не должна перемещаться дальше в том же направлении, пока она не переместится в диагональном направлении не менее чем m_1 раз).

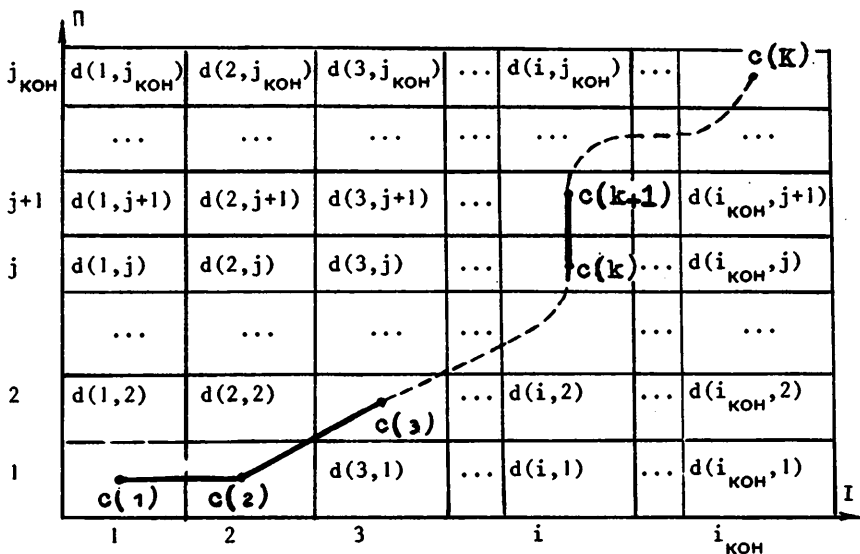


Рис. 3

Начальное состояние: из $g_K(c(k)) = g(i, j) =$
 $= \min_F \sum_{s=1}^k d(c(s))w(s)$ следует, что $g(1,1) = 2d(1,1)$.

При отсутствии ограничения наклона ($p = 0$), или, что то же самое, ограничения на деформацию, DP-уравнения принимают вид:

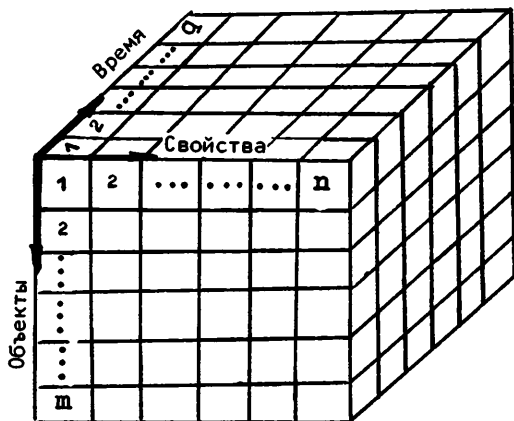
$$g(i, j) = \min \begin{cases} g(i, j-1) + d(i, j), \\ g(i-1, j-1) + 2d(i, j), \\ g(i-1, j) + d(i, j). \end{cases}$$

Разумнее, однако, во избежание нежелательных крайностей, все же ввести ограничение на деформацию, сделав p отличным от нуля. Тогда, например, при $p = 1$:

$$g(i, j) = \min \begin{cases} g(i-1, j-2) + 2d(i, j-1) + d(i, j), \\ g(i-1, j-1) + 2d(i, j), \\ g(i-2, j-1) + 2d(i-1, j) + d(i, j). \end{cases}$$

В данном случае представляет интерес не столько конкретный вид функции деформации \mathbf{F} (пусть $\mathbf{c}(\mathbf{k})$), сколько итоговое значение $D(I, \Pi) = \frac{1}{i_{\text{кон}} + j_{\text{кон}}} \mathbf{g}(i_{\text{кон}}, j_{\text{кон}})$.

Матрица нормализованных расстояний образует 2-мерную таблицу "объект-объект", пригодную к обработке методами таксономии.



Ниже будут описаны результаты вычислительного эксперимента, сопоставляющего таксономию динамических объектов с использованием алгоритма FOREL [1] по статическим (\mathbf{S} -метод) и динамическим (\mathbf{D} -метод) расстояниям между объектами.

3-таблицу условно можно рассматривать в виде параллелепипеда, который, в свою очередь, можно представить как набор слоев - 2-таблиц (наподобие слоев "кубика-рубика"). Горизонтальные слои - данные о за-

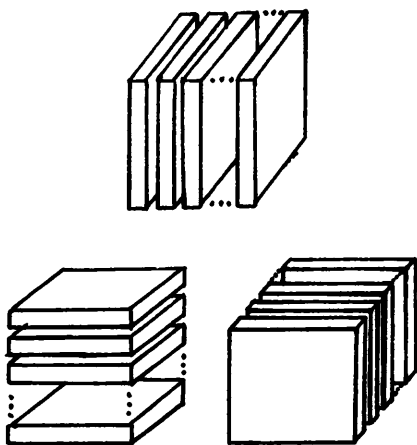


Рис. 4

зависимости свойств и времени для фиксированного объекта. Вертикальные продольные слои - зависимость объектов и времени для фиксированного свойства. Вертикальные поперечные слои - таблицы "объект-свойство" в фиксированный момент времени (рис.4).

Преобразование 3-таблицы в 2-таблицу возможно перекомпоновкой слоев параллелепипеда. Можно, например, "разобрать" его на вертикальные поперечные слои, расположив их, как показано на рис.5. Имеем в "собранной" 2-таблице сохранившееся число объек-

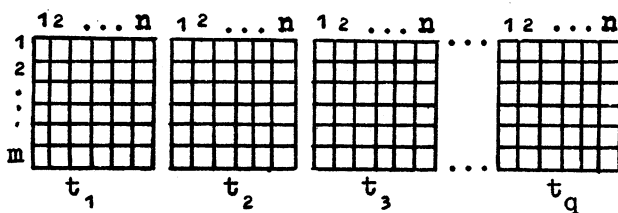


Рис. 5

тов-строк и $n \times q$ свойств-столбцов. Данный способ "сборки" удобен при условиях $t_{нач}^i = t_{нач}^j$ и $t_{кон}^i = t_{кон}^j$ для всех i, j , т.е. одновременного начала и одновременного окончания всех объектов-процессов. Иначе в 2-таблице неизбежны пробелы, расположенные не случайным, а скорее закономерным образом. Пробелы в части таблицы, соответствующей начальным моментам времени, будут у объектов, которые к этим моментам еще не иницированы. То же самое для части таблицы, соответствующей конечным моментам времени, относится к "досрочно" завершившимся процессам. Подобного неприемлемого ограничения можно избежать, если те же вертикальные поперечные слои располагать так же в плоскости, но в другом направлении (рис.6). Здесь уже число столбцов-свойств остается равным исходному, число объектов становится равным $m \times q$. Появляется, правда, проблема интерпретации набора нескольких различных строк 2-таблицы как

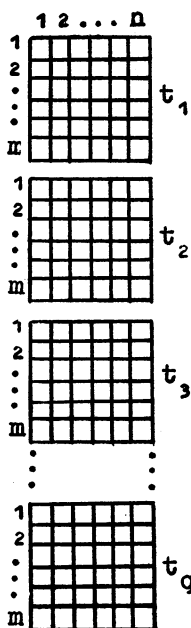


Рис. 6

одного динамического объекта. Этот факт имелся в виду при анализе результатов, полученных в рамках нижеописанного эксперимента.

В качестве данных для обработки были взяты искусственно смоделированные динамические объекты с заранее заданными свойствами. Число объектов $m = 18$ по 6 в каждом из трех явно выраженных кластеров. Объекты заданы функционально числовыми вектор-функциями. Значение n равно 1, следовательно, в данном вырожденном случае функции - обыкновенные скалярные. Каждый кластер - семейство функций $y_i(t)$, заданное "порождающей" функцией, своей в каждом семействе. В качестве порождающих взяты дискретизированные непрерывные функции. Для первого семейства

$$y(t) = 10\left(t - \frac{1}{2}\right)^2$$

($t = -0.5; -0.4; -0.3; \dots; 0.4$). Аналогично для 2-го и 3-го семейств: $y = 25 - 10\left(t - \frac{1}{2}\right)^2$, $y = 9$. Все объекты задаются произведением соответствующей порождающей функции на множители, близкие к единице. На рис. 7а приведены графики всех построенных таким образом объектов. Разбиение на три кластера очевидно. D-метод, как и следовало ожидать, отделяет их друг от друга. Параллельно испытывается на этих же данных S-метод, также успешно справляющийся с таксономией. Первый этап эксперимента окончен.

На втором этапе вносятся искажения во времени заменой переменной t на $t_i = t\gamma_i$, где γ_i - некоторые коэффициенты, индивидуальные для каждого объекта, растягивающие кри-

вые одних объектов, сжимающие - других. Сначала γ_1 незначительно отклоняются от единицы, затем это отклонение растет, и по мере его роста искажения в формах объектов (растяжения-сжатия) увеличиваются. Одновременно выполняются процедуры D- и S-методов. Наступает момент, когда S-метод перестает от-

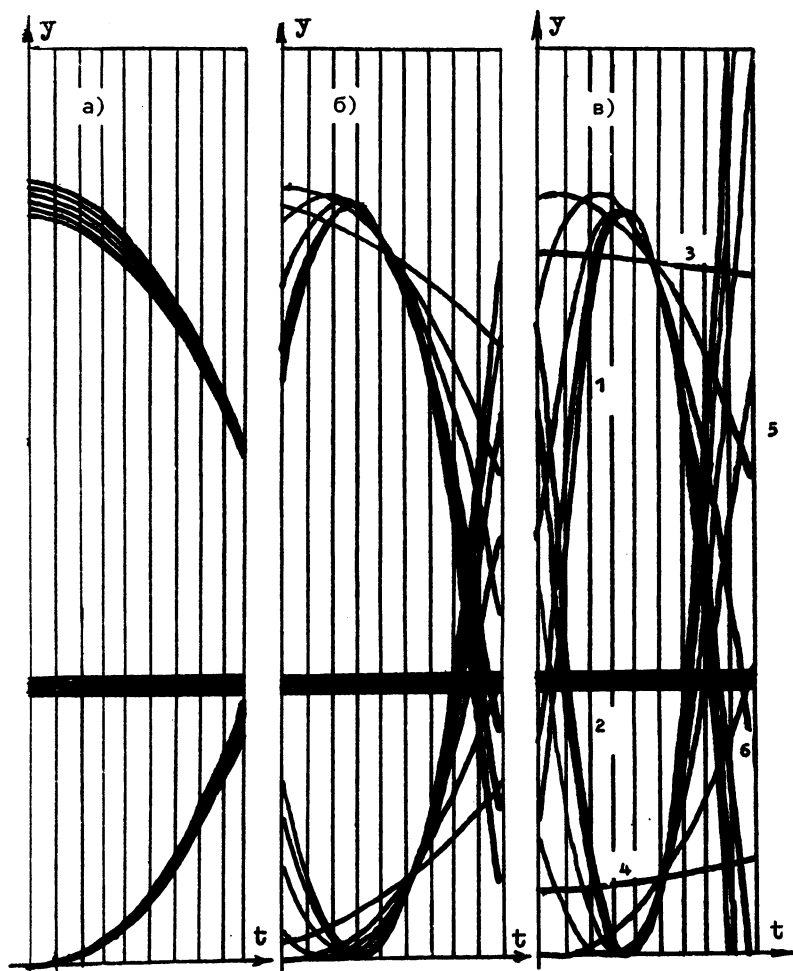


Рис. 7

делять три таксона. Два из них, 1-й и 3-й (порождающие функции $y = 10(t - \frac{1}{2})^2$ и $y = 9$) распознаются как один таксон. Вторым таксоном ($y = 25 - 10(t - \frac{1}{2})^2$) продолжает отделяться. D-метод, несмотря на существенные изменения в формах объектов 1-го и 2-го семейств (3-е семейство - набор постоянных, независимых от t функций, неподверженных искажениям) безукоризненно отделяет три таксона согласно первоначальному разбиению. S-метод не в состоянии для перекрывающихся семейств, чьи объекты в динамике ведут себя по-разному, улавливать это различие подобно тому, как это делает D-метод.

На третьем этапе отклонения Y_i от единицы еще более увеличиваются. Кривые объектов на графике принимают неузнаваемые по сравнению с исходными формы (у 1-го и 2-го семейств). У наиболее сжатых кривых заострились пики, спуски и подъемы стали отвесными. Растянутые кривые напоминают прямые. Нет того четкого визуального разбиения на кластеры, что было на первом этапе (рис. 7в). Некоторые функции (например, 1 и 2 на рис. 7в) отражают фазы начала, середины и окончания процесса, а другие - фазы середины (кривые 3 и 4) или середины и окончания (кривые 5, 6). Крайне деформированные функции внутри семейств имеют общим только функциональное начало, происхождение от одной порождающей функции. Это четко фиксирует D-метод, делающий разбиение, тождественное исходному. В то же время S-метод делает чисто случайные разбиения.

З а к л ю ч е н и е

Исследование динамических объектов приводит к выводу о необходимости специфических подходов, отличных от традиционных классических методов анализа статических объектов. Аналогия с понятием "процесс" выделяет в вопросе о мере сходства аспект "сходности поведения". Описанный вычислительный эксперимент

демонстрирует преимущества D-метода с точки зрения выявления немаловажной роли "поведенческой" составляющей из набора характеристик динамических объектов. Этот метод может оказаться полезным для анализа течения сложных динамических процессов, например, процессов протекания различных заболеваний у групп больных, состояния которых наблюдаются в последовательные моменты времени. При этом одно и то же заболевание протекает у разных больных по-разному, наблюдения за больными начнутся в разные фазы болезни. Описанный D-метод позволяет синхронизировать наблюдаемые процессы, определять фазу заболевания и прогнозировать наиболее вероятные состояния больных в следующие моменты времени.

Л и т е р а т у р а

1. ЗАГОРУЙКО Н.Г. Методы распознавания и их применение. - М.: Сов. радио, 1972.
2. ОЛДЕНДЕРФЕР М.С., БЛЭШФИЛД Р.К. Кластерный анализ // Факторный, дискриминантный и кластерный анализ. - М., 1989.
3. ЗАГОРУЙКО Н.Г., УЛЬЯНОВ В.Г. Заполнение пробелов в 3-входных таблицах данных типа "объект-свойство-время" // Экспертные системы и распознавание образов. - Новосибирск, 1988. - Вып. 126: Вычислительные системы. - С. 104-121.
4. ВЕЛИЧКО В.М., ЗАГОРУЙКО Н.Г. Автоматическое распознавание ограниченного набора устных команд // Вычислительные системы. - Новосибирск, 1969. - Вып. 36. - С. 101-110.
5. Система распознавания связной речи фирмы DEC // Зарубежная радиоэлектроника. - 1980. № 4.
6. БЕЛЛМАН Р. Динамическое программирование. - М., 1960.

Поступила в ред.-изд.отд.

3 мая 1990 года