

УДК 621.317.828:621.317.757

ТЕХНОЛОГИЯ АППАРАТУРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА  
В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ СВЧ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ,  
ПРОИЗВОЛЬНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ,  
ВО ВРЕМЕНИ И ПО ЧАСТОТЕ

Ю.А. Устюгов

В в е д е н и е

В теории и практике аппаратного спектрального анализа (АСА) случайных процессов существующие подходы, в основном, ориентированы [1-4] на исследование стационарных случайных процессов не в реальном масштабе времени, без пространственно-временной обработки для режимов гарантированного анализа случайных низкочастотных сигналов и в ограниченной полосе частот.

В статье изложены основные результаты разработки технологии АСА в реальном масштабе времени нестационарных СВЧ случайных сигналов, произвольно распределенных в пространстве, во времени и по частоте. Последовательно формулируется постановка задачи на проведение АСА в указанных условиях, описаны основные этапы технологии, приведены математические модели, взаимосвязывающие более двадцати структурно-временных, вероятностных, точностных характеристик и более шестидесяти параметров АСА нестационарных СВЧ случайных сигналов, определено более десяти отличий развиваемого в статье подхода, положенного в основу излагаемой технологии, как нового научно-технического направления в теории и практике АСА случайных процессов.

## §1. Постановка задачи

Система пространственно неравномерно распределенных произвольно перемещающихся  $R$  источников случайных сигналов (далее - источников) создает неравномерное распределение последних в пространстве, во времени и по частоте.

Каждый  $r$ -й, источник,  $r \in R$ , по определенной программе, предусматривающей быстрое изменение типа, времени начала, продолжительности, а также направления излучения случайных сигналов, распределяет последние во времени и по частоте между  $\Psi$  территориально разнесенными радиоэлектронными средствами (РЭС) таким образом, что в течение случайных интервалов времени  $\eta_{1r\psi}$  случайные сигналы  $r$ -го источника излучаются в направлении  $\psi$ -го РЭС,  $\psi \in \Psi$ , и в течение случайных интервалов времени  $\xi_{1r\psi}$   $r$ -й источник не облучает случайными сигналами  $\psi$ -е РЭС.

Наряду с аналоговой или дискретной пространственно-временной (далее - пространственной) перестройкой  $r$ -й источник осуществляет аналоговую или дискретную (в общем случае независимую от пространственной перестройки) частотно-временную (далее - частотную) перестройку излучаемых случайных сигналов таким образом, что в течение случайных интервалов времени  $\eta_{2r\psi}$  спектр случайных сигналов  $r$ -го источника перекрывает полосу пропускания избирательного СВЧ-фильтра на уровне половинной мощности  $F_{пр.}$   $\psi$ -го РЭС с центральной частотой  $f_{\psi}$  и в течение случайных интервалов времени  $\xi_{2r\psi}$  спектр случайного сигнала  $r$ -го источника находится вне полосы пропускания  $F_{пр.}$ , при этом ширина спектра случайного сигнала  $r$ -го источника  $F_{пер.r}(f_{\psi}) \geq F_{пр.}(f_{\psi})$  и  $f_{\psi} \in F_R$ , где  $F_R$  - диапазон частот случайных сигналов  $R$  источников.

Каждое  $\psi$ -е РЭС решает задачу статистического оценивания спектральной плотности мощности  $S(f, t)$  случайных сигналов  $R$  источников (далее - просто случайных сигналов) в реальном маш-

табе времени с помощью перестраиваемой  $N_\psi$ -канальной аппаратуры статистического оценивания, включающей  $N_{1\psi}$  пространственных каналов. На выходе каждого пространственного канала имеется  $N_{2\psi}$  параллельных перестраиваемых частотных каналов, одновременно участвующих в статистическом оценивании  $S(f, t)$  случайных сигналов, поступающих по пространственному каналу,  $N_\psi = N_{1\psi} N_{2\psi}$ .

В ходе статистического оценивания  $S(f, t)$  случайных сигналов каждое  $\psi$ -е РЭС осуществляет по определенной программе аналоговую или дискретную перестройку  $N_{1\psi}$  пространственных каналов таким образом, что в течение случайных интервалов времени  $\eta_{3r\psi}$   $\psi$ -е РЭС анализирует случайные сигналы  $r$ -го пространственного направления, а в течение случайных интервалов времени  $\xi_{3r\psi}$  случайные сигналы  $r$ -го направления анализироваться не будут.

Наряду с аналоговой или дискретной перестройкой пространственного канала  $\psi$ -е РЭС осуществляет частотную (зависимую или независимую от пространственной перестройки, аналоговую или дискретную) перестройку  $N_{2\psi}$  частотных каналов с допустимой скоростью перестройки СВЧ избирательных фильтров  $\gamma_{\text{доп.свч}}$  и НЧ сглаживающих фильтров  $\gamma_{\text{доп.нч}}$ .

Перестройка частотных каналов осуществляется таким образом, что в течение случайных интервалов времени  $\eta_{4r\psi}$   $\psi$ -е РЭС осуществляет статистическое оценивание  $S(f, t)$  случайных сигналов в полосе частот  $f \in [f_i - F_{\text{пр.}}/2, f_i + F_{\text{пр.}}/2]$ ,  $f_i \in F_R$ ,  $f_i \in [f_r - F_{\text{пер.}r}/2, f_r + F_{\text{пер.}r}/2]$ ,  $i \in I$ ,  $r \in R$ , где  $f_r$  - центральная частота спектра случайных сигналов, принимаемых с  $r$ -го направления  $\psi$ -м РЭС;  $I$  - число фиксированных частот  $f_i$  в диапазоне  $F_R$ . В течение случайных интервалов времени  $\xi_{4r\psi}$   $\psi$ -е РЭС осуществляет статистическое оценивание  $S(f, t)$  случайных сигналов в полосе частот  $f \notin [f_i - F_{\text{пр.}}/2, f_i + F_{\text{пр.}}/2]$ ,  $f_i \in F_R$ ,  $f_i \in [f_r - F_{\text{пер.}r}/2, f_r + F_{\text{пер.}r}/2]$ ,  $i \in I$ ,  $r \in R$ .

Случайные величины  $\eta_{qr\psi}$  и  $\zeta_{qr\psi}$  при  $q = \overline{1,4}$  во времени образуют процесс восстановления  $\xi_{qr\psi}(t)$  с функциями распределения  $F_{\eta_{qr\psi}}(t)$  и  $F_{\zeta_{qr\psi}}(t)$  соответственно.

На анализ случайных сигналов  $r$ -го пространственного направления  $\psi$ -м РЭС отводится время, равное  $T_{r\psi}$ .

В течение случайных интервалов времени  $\eta_{5\psi}$  эффективность  $\mathcal{E}_{\psi}(t)$  (надежность функционирования)  $\psi$ -го РЭС такова, что  $\mathcal{E}_{\psi}(t) \geq \mathcal{E}_{\text{доп.}}$ , где  $\mathcal{E}_{\text{доп.}}$  - допустимый уровень эффективности (надежности)  $\psi$ -го РЭС, ниже которого  $\psi$ -е РЭС не выполняет стоящих перед ним задач по АСА случайных сигналов. В течение случайных интервалов времени  $\zeta_{5\psi}$   $\psi$ -е РЭС находится в функциональном отклазе, т.е.  $\mathcal{E}_{\psi}(t) < \mathcal{E}_{\text{доп.}}$ .

Случайные величины  $\eta_{5\psi}$  и  $\zeta_{5\psi}$  во времени образуют процесс восстановления  $\xi_{5\psi}(t)$  с функциями распределения  $F_{\eta_{5\psi}}(t)$  и  $F_{\zeta_{5\psi}}(t)$  соответственно.

Введем ограничения:

1)  $\psi$ -е РЭС призвано анализировать лишь те случайные сигналы во всех пространственных направлениях, отношение "сигнал/шум" на входе приемного устройства  $\psi$ -го РЭС для которых достаточно как для обнаружения этих сигналов, так и для их качественного АСА;

2) каждое  $\psi$ -е РЭС имеет аппаратуру эффективного подавления случайных сигналов, поступающих по боковым лепесткам диаграммы направленности антенны  $\psi$ -го РЭС, что позволяет однозначно проводить прием и АСА случайных сигналов, поступающих только по главному лепестку диаграммы направленности антенны  $\psi$ -го РЭС;

3) для случайных сигналов ковариационная матрица  $H(\tau)$  для любого  $r$ -го пространственного направления определяется следующим образом:  $H(\tau) = M[\Phi^2(t)] \exp(-2F_{\text{пр.}}/\tau)$ , где  $M[.]$  - математическое ожидание  $(.)$ ,  $\Phi^2(t)$  - среднее значение квадрата слу-

чайных сигналов, принимаемых РЭС с любого  $r$ -го пространственного направления,  $r \in R$ ;

4) каждое  $\psi$ -е РЭС имеет одинаковый бюджет времени  $T_\psi$  для последовательной статистической оценки круговой панорамы случайных сигналов в точке стояния  $\psi$ -го РЭС, при этом  $T_\psi = \sum_{r=1}^R T_{r\psi}$ .

Требуется определить основные этапы технологии, математические модели, взаимоувязывающие структурно-временные, вероятностные и точностные характеристики и параметры АСА случайных сигналов как реализаций нестационарных случайных процессов в пространстве, по частоте и в реальном масштабе времени с учетом:

1) возможности адаптации полосы пропускания  $F_{\text{пр.}}(f_\psi)$  избирательных СВЧ-фильтров к частоте  $f_\psi$  так, что  $F_{\text{пр.}}(f_\psi)/f_\psi = \text{const}$ ,  $f_\psi \in F_R$  (эта возможность позволит, с одной стороны, максимально учитывать статистические свойства случайных сигналов как реализаций случайных процессов на различных участках частотного диапазона; с другой стороны, облегчит решение задач РЭС по АСА случайных сигналов в реальном масштабе времени);

2) неравномерности  $S(f, t)$  при  $f \in [f_{i-\text{пр.}}/2, f_{i+\text{пр.}}/2]$ ,  $f_i \in F_R$ ,  $i \in I$ ,  $t \in [t_j - \tau^*/2, t_j + \tau^*/2]$ ,  $t_j \in T_{r\psi}$ ,  $j \in J$ , где  $J$  - кратность измерения величины  $S(f, t)$  в  $r$ -м пространственном направлении на выбранной частоте  $f_i \in F_R$  за время  $T_{r\psi}$ ,  $\tau^*$  - минимальная продолжительность однократного непрерывного АСА случайных сигналов на фиксированной частоте  $f_i \in F_R$  с методической ошибкой  $\epsilon$  статистического оценивания  $S(f, t)$ ,  $\epsilon \leq \epsilon_{\text{доп.}}$ , где  $\epsilon_{\text{доп.}}$  - заданное значение ошибки  $\epsilon$ ;

3) зависимости ошибок смещения от времени однократного статистического оценивания  $\tau^*$  величины  $S(f, t)$  на выбранной частоте  $f_i \in F_R$ ;

4) вероятностного режима поиска случайных сигналов и статистического оценивания  $S(f, t)$  в  $\psi$ -й РЭС;

5) возможности дискретизации  $S(f, t)$  по времени  $t$  и по частоте  $f$  в ходе статистического оценивания  $S(f, t)$  и статистического сглаживания оценок  $\hat{S}(f, t)$ .

## § 2. Основные этапы технологии

Весь процесс АСА случайных сигналов в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , разбивается на первичную обработку (обработку отдельных реализаций  $x_j(t)$ ,  $j \in J$ ,  $t \in T_{r\psi}$ ,  $r \in R$ ,  $\psi \in \Psi$ ), вторичную обработку (обработку ансамбля реализаций  $x_j(t)$ ) и третичную обработку (обработку результатов усредненных, статистически сглаженных измерений (оценок  $\hat{S}(f, t)$ )  $S(f, t)$  в координатах "пространство-время-частота").

В ходе первичной обработки осуществляется поиск, обнаружение в  $r$ -м пространственном направлении, статистическое оценивание  $S(f, t)$  (получение оценок  $\hat{S}_1(f, t)$ ), аналого-цифровое преобразование (дискретизация)  $S(f, t)$  по  $f$  и  $t$  в точках  $f_i \in F_R$ ,  $t \in T_{r\psi}$ ,  $i \in [1, I]$ ,  $I = F_R / \Delta f$ , в каждой  $j$ -й реализации,  $j \in [1, J]$ ,  $J = J_1 J_2$ ,  $J_1 = D_1 / D_2$ ,  $D_1 \in \epsilon_1$ ,  $D_2 \in \epsilon_2$ , где

$\epsilon_1, \epsilon_2$  - методические ошибки статистического оценивания  $S(f, t)$  в ходе первичной и вторичной обработок соответственно;

$D_1$  и  $D_2$  - случайные компоненты ошибок  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  соответственно;

$I$  - число узлов в процедуре восстановления  $\hat{S}(f, t)$  по частоте в ходе третичной обработки;

$J_1$  - потребное число реализаций  $x_j(t)$  для статистического сглаживания оценок  $\hat{S}_1(f, t)$  в ходе вторичной обработки;

$J_2$  - число узлов в процедуре восстановления  $\hat{S}(f, t)$  по времени в ходе третичной обработки,  $J_2 = T_{r\psi} / \Delta t$ ;

$\Delta f$  и  $\Delta t$  - значения интервалов дискретизации  $S(f, t)$  по  $f$  и  $t$  соответственно, обеспечивающие заданные ошибки восстановления  $\epsilon_{\text{доп.}f}$  и  $\epsilon_{\text{доп.}t}$  оценок  $\hat{S}(f, t)$  по  $f$  и по  $t$  соответс-

твенно в ходе третичной обработки и аппаратурно-временные затраты на АСА случайных сигналов в  $\psi$ -м РЭС в целом.

Подчеркнем, что в ходе первичной обработки  $x_j(t)$  производится не непрерывное статистическое оценивание  $S(f,t)$  по частоте, а лишь на фиксированных частотах  $f_i \in F_R$ . На каждой частоте  $f_i \in F_R$  осуществляется  $J$ -кратная последовательная оценка  $S(f,t)$ . В силу нестационарности случайных сигналов на входе  $\psi$ -го РЭС реализации  $x_j(t)$  некоррелированы. Для решения всего комплекса задач первичной обработки  $x_j(t)$  необходима стыковка в  $\psi$ -м РЭС аппаратуры спектрального анализа  $x_j(t)$  с пеленгационной аппаратурой, в состав которой входит вращающаяся со скоростью  $W$  антенна, имеющая ширину главного лепестка диаграммы направленности  $\Delta\theta$ .

В ходе разработки излагаемой в статье технологии было показано [5-7], что фильтровой способ является наиболее эффективным (среди девяти известных) способом АСА случайных сигналов в СВЧ-диапазоне в реальном масштабе времени в широкой полосе частот  $F_R$  с требуемой точностью и достоверностью, при этом процедура статистического оценивания  $S(f,t)$  реализуется в аналоговом варианте. Выбор фильтрового способа обеспечивает получение в ходе первичной обработки оценок  $\hat{S}_1(f,t)$ , обладающих свойствами несмещенности, эффективности и состоятельности, решение задач первичной обработки при минимальных аппаратурных затратах в реальном масштабе времени при ограниченном объеме выборки.

Исследования [5,7] показали:

1) целесообразное соотношение  $F_{пр}$  и  $\Delta f$  имеет вид  $\Delta f \geq 4F_{пр}$ , при этом обеспечивается [1] заданная разрешающая способность спектрального анализа  $x_j(t)$  и дискретизация  $S(f,t)$  по частоте  $f$  в ходе аналого-цифрового преобразования оценок  $\hat{S}_1(f,t)$ ;

2) в процедуре статистического оценивания  $S(f, t)$  целесообразно использовать идеальное интегрирование (с постоянной интегрирования  $\tau^*$ ) и дискретную частотную перестройку избирательных СВЧ-фильтров.

3) оценки  $\hat{S}_1(f, t)$  некоррелированы.

В ходе вторичной обработки осуществляется статистическое сглаживание оценок  $\hat{S}_1(f, t)$ , т.е. получение оценок  $\hat{S}_2(f, t)$  путем консервации не реализаций  $x_j(t)$  (как это делается в существующих подходах), а оценок  $\hat{S}_1(f, t)$  и последующего определения выборочного среднего на  $f_i \in F_R$  и  $t_j \in \Delta t$ , при этом методическая ошибка  $\epsilon_2$  статистического оценивания  $S(f, t)$  после вторичной обработки удовлетворяет неравенству  $\epsilon_2 \leq \epsilon_{\text{доп.}}$ .

Наличие этапа вторичной обработки помимо статистического сглаживания оценок  $\hat{S}_1(f, t)$  позволяет накапливать результаты анализа текущей реализации при вероятностном (возможно, основном) режиме анализа и согласовывать потоки информации, циркулирующей на этапах первичной, вторичной и третичной обработок.

Накопление и статистическое сглаживание многократных (кратность -  $J_1$ ) измерений (оценок)  $S(f, t)$  на одной и той же частоте  $f_i \in F_R$  в целом повышает вероятность перехвата случайных сигналов на частоте анализа  $f_i$ , что очень важно при АСА мерцающих и скользящих по частоте случайных сигналов.

В ходе третичной обработки решается задача пространственно-временной триангуляции  $R$  источников случайных сигналов, при этом осуществляется восстановление оценок  $\hat{S}_2(f, t)$ , т.е. получение оценок  $\hat{S}_3(f, t)$ , поступающих в  $\psi$ -е РЭС от других РЭС системы  $\Psi$ , в заданном числе  $I \times J$  точек плоскости "частота-время"  $F_R \times T_{r\psi}$ . В § 6 приводятся разработанные в ходе создания технологии оптимальные алгоритмы восстановления  $\hat{S}_2(f, t)$  на частотах  $f_i \in F_R$  и в моменты времени  $t_j \in T_{r\psi}$ .

Структура третичной обработки в целом определяется характером использования в  $\psi$ -м РЭС (в системе  $\Psi$  РЭС) информации о



спектрах случайных сигналов. В частности, в ходе третичной обработки могут предусматриваться процедура съема пространственного тренда нестационарности случайных сигналов, процедура прогноза распределения последних в координатах "пространство-время-частота" и R источников - в координатах "пространство-время". Для решения указанных задач требуется многократное применение процедуры восстановления  $S(f, t)$  по времени  $t$ .

В целом третичная обработка случайных сигналов позволяет максимально выявить и эффективно использовать все их индивидуальные особенности, включая малоизученные физические закономерности, которые отражаются в спектрах случайных сигналов.

Для оптимизации и обеспечения заданной точности и достоверности процедуры восстановления спектров случайных сигналов, получения оценок  $\hat{S}_3(f, t)$ , необходимо в ходе первичной обработки предусматривать процедуру оценки статистических свойств  $G_v$  случайных сигналов - реализаций нестационарных случайных процессов:  $G_v = \sup_{f \in F_R} |\hat{S}_1^{(v)}(f, t_j)|$ ,  $v = \overline{1, n+1}$ , где  $n$  - степень полинома, используемого при восстановлении оценок  $\hat{S}_2(f, t)$  в ходе третичной обработки.

### § 3. Структурно-временные характеристики

Аналитическое исследование взаимосвязи структурно-временных характеристик АСА случайных сигналов в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ :  $N_\psi$ ,  $N_{1\psi}$ ,  $N_{2\psi}$ ,  $\tau^*$ ,  $\Delta t$ ,  $T_{r\psi}$ ,  $T_\psi$ ,  $\gamma_{\text{доп.свч}}$ ,  $W$  и параметров АСА случайных сигналов в  $\psi$ -м РЭС:  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $I$ ,  $F_R$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta f$ ,  $F_{\text{пр}}$ . привело к следующим результатам [5,6]:

$$N_{2\psi} = \frac{J_1 J_2}{T_{r\psi}} \left[ \frac{F_R}{\Delta f} \cdot \frac{\Delta f - F_{\text{пр.}}}{\gamma_{\text{доп.свч}} m} + \tau_m^* \sum_{i=1}^{F_R/\Delta f} \left( 1 + i \frac{\Delta f}{f_H} \right)^{-1} \right], \quad (1)$$

$$T_{r\psi} = \begin{cases} \frac{J_1 J_2}{N_{2\psi}} \cdot \left[ \tau^* I + \frac{2F_R}{\gamma_{\text{доп.свч}}} \left( 1 - \frac{N_{2\psi}}{I-1} \right) \right] & \text{при } N_{2\psi} < I, \\ J_1 J_2 \tau^* & \text{при } N_{2\psi} = I; \end{cases} \quad (2)$$

при этом  $T_{\psi} = 0.18 T_{r\psi} / N_{1\psi}$  [с] (для  $\Delta\theta^0 = 2^0$ ),  $W = 10^3 N_{1\psi} / (3 T_{r\psi})$  [об/мин],  $m = a$  при аналоговой перестройке избирательных СВЧ-фильтров,  $m = d$  при дискретной перестройке,  $f_H$  - нижняя частота диапазона  $F_R$ . Единицы измерения  $T_{r\psi}$  и  $\tau^*$  в формуле (2) имеют размерность мкс.

Выражение (1) целесообразно использовать при решении прямой задачи определения требуемого числа частотных каналов  $N_{2\psi}$  при варьировании параметров АСА случайных сигналов  $J_1, J_2, T_{r\psi}, F_R, \Delta f, F_{\text{пр.}}, \gamma_{\text{доп.свч}}, \tau^*, f_H$  в случаях аналоговой и дискретной перестроек, избирательных СВЧ-фильтров с учетом и без учета адаптации  $N_{2\psi}$  по частоте  $F_{\text{пр.}}(f)/f = F_{\text{пр.}}(f_i) T_{F_{\text{пр.}}}(f) = \text{const}, f_i \in F_R, i \in I$ , где  $T_{F_{\text{пр.}}}(f)$  - время непрерывного наблюдения статистически анализируемых случайных сигналов в полосе частот  $f \in F_{\text{пр.}}(f_i)$ .

Выражение (2) целесообразно использовать при решении обратной задачи определения целесообразных значений структурно-временных характеристик  $N_{\psi}, \Delta t, T_{r\psi}, T_{\psi}, W$  при варьировании структурно-временных характеристик  $N_{1\psi}, N_{2\psi}, \gamma_{\text{доп.свч}}, \tau^*$  и параметров  $I, J_1, J_2, F_R, \Delta f$ .

Пример решения прямой задачи при  $J_1 = 1-10, J_2 = 6-7, J_1 J_2 / T_{r\psi} = (3 \cdot 10^6)^{-1} - 10^3/3$  [мс<sup>-1</sup>],  $I = F_R / \Delta f = 60-100, F_{\text{пр.}} = 1-5$  [МГц],  $\tau^* = 10^{-4} - 10^4$  [мс],  $\gamma_{\text{доп.свч}} = 10^2 - 10^3$  [МГц/мс],  $\Delta f = 10-25$  [МГц] приведен в [7].

Исследования показали, что:

1)  $N_{2\psi}$  (без адаптации по  $F_{\text{пр.}}$ ) при  $\tau^* > 10^{-2}$  мс практически не зависят от  $\Delta f, F_{\text{пр.}}, \gamma_{\text{доп.свч}}$  и определяются лишь значениями параметров  $\tau^*$  и  $F_R / \Delta f$ ;

2)  $N_{2\psi}$  (с учетом адаптации по  $F_{\text{пр.}}$ ) зависит как от  $\tau^*$  и  $F_R/\Delta f$ , так и от  $\Delta f$ ;

3) при  $\tau^* < 10^{-2}$  мс наблюдается сильная зависимость  $N_{2\psi}$  от  $\Delta f$ ,  $F_{\text{пр.}}$ ,  $\gamma_{\text{доп.свч}}$ , при этом с ростом  $\gamma_{\text{доп.свч}}$  зависимость  $N_{2\psi}$  как от  $\Delta f$ , так и от  $F_{\text{пр.}}$  ослабевает;

4) зависимость  $N_{2\psi}$  от обобщенного параметра  $J_1 J_2 / T_{r\psi}$  существенна;

5) для обеспечения работы РЭС на проходе (непрерывном и последовательном обзоре пространства) при  $\epsilon(\tau) \leq 10\%$ ,  $\tau \in [0, 10]$  мс и  $N_{1\psi} = 1$  требуется  $N_{2\psi} = N_{\psi} = 2-3$  для  $F_R/\Delta f = 60$  и  $N_{\psi} = 16-30$  при  $F_R/\Delta f = 100$ ;

6) выигрыш  $\Delta N_{\psi}$  от адаптации РЭС по параметру  $\tau^*$  или  $F_{\text{пр.}}$  к частному диапазону (уменьшение требуемого числа  $N_{\psi}$ ) в абсолютных значениях при  $N_{1\psi} = 1$  составляет  $\Delta N_{\psi} = 4-5$  при  $F_R/\Delta f = 60$  и  $\Delta N_{\psi} = 7-8$  при  $F_R/\Delta f = 100$ .

#### §4. Вероятностные характеристики

Сложный вероятностный процесс АСА случайных сигналов системы  $\Psi$  РЭС можно описать комплексом взаимосвязанных характеристик  $P_{R\Psi}$ ,  $P_{r\Psi}$ ,  $P_{r\psi}$ ,  $P_{\psi f}$ ,  $P_{\psi F_R}$ , аналитические выражения для определения которых приводятся ниже.

Вероятность  $P_{r\psi}$  статистического оценивания  $S(f, t)$  случайных сигналов в  $I \times J$  точках плоскости "частота-время" с методической ошибкой  $\epsilon_2 \leq \epsilon_{\text{доп.}}$  в  $r$ -м,  $r \in R$ , пространственном направлении  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , определяется следующим образом [5, 6, 8]:

$$P_{r\psi} = \prod_{i=1}^I \prod_{j=1}^J \left\{ \left[ \prod_{q=1}^5 \frac{\bar{n}_{ijqr\psi}}{\bar{n}_{ijqr\psi} + \epsilon_{ijqr\psi}} \right] \prod_{q=1}^5 \frac{1}{\bar{n}_{ijqr\psi}} \right\} \times$$

$$x \sum_{q=1}^5 \frac{1 - F_{\eta_{ijqr\psi}}(\tau^*)}{\int_{\tau^*}^{\infty} (x - \tau^*) dF_{\eta_{ijqr\psi}}(x)} \prod_{k=1}^5 \frac{1}{\bar{\eta}_{ijqr\psi}} x$$

$$x \int_{\tau^*}^{\infty} (x - \tau^*) dF_{\eta_{ijqr\psi}}(x) \left\{ 1 + \left[ \left[ \sum_{q=1}^5 \frac{1}{\bar{\eta}_{ijqr\psi}} \right] / \left[ \sum_{q=1}^5 \frac{1}{\bar{\zeta}_{ijqr\psi}} \right] \right\} x$$

$$x \sum_{q=1}^5 \int_0^{\Delta t} dx \left[ \left[ 1 - F_{\xi_{ijqr\psi}}(x) / \int_0^{\infty} (y-x) dF_{\zeta_{ijqr\psi}}(y) \right] x \right.$$

$$\left. x \prod_{q=1}^5 \frac{1}{\bar{\zeta}_{ijqr\psi}} \int_0^{\infty} (y-x) dF_{\zeta_{ijqr\psi}}(y) \right\}, \quad r \in R, \psi \in \Psi, \quad (3)$$

где  $\bar{\eta}_{ijqr\psi}$  и  $\bar{\zeta}_{ijqr\psi}$  - средние значения случайных величин

$\eta_{ijqr\psi}$  и  $\zeta_{ijqr\psi}$  при  $i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}, q = \overline{1, 5}, r = \overline{1, R}, \psi = \overline{1, \Psi}$  соответственно.

Вероятность  $P_{r\psi}$  статистического оценивания  $S(f, t)$  случайных сигналов в  $I \times J$  точках плоскости "частота-время" при  $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_{\text{доп.}}$  в  $r$ -м пространственном направлении системой  $\psi$  РЭС

определяется следующим образом:  $P_{r\psi} = 1 - \prod_{\psi=1}^{\Psi} (1 - P_{r\psi})$ , где  $P_{r\psi}$  определяется выражением (3),  $r \in R$ .

Вероятность  $P_{R\Psi}$  статистического оценивания  $S(f, t)$  случайных сигналов в  $I \times J$  точках плоскости "частота-время" при  $\varepsilon_2 \leq \varepsilon_{\text{доп.}}$  системой  $\Psi$  РЭС определяется следующим образом:  $P_{R\Psi} = \prod_{r=1}^R (1 - \prod_{\psi=1}^{\Psi} (1 - P_{r\psi}))$ , где  $P_{r\psi}$  определяется выражением (3).

Стационарная вероятность  $P_{\psi f}$  проведения в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , измерений  $S(f, t)$  случайных сигналов  $R$  источников на частоте  $f_i \in F_R$  определяется следующим образом:  $P_{\psi f} = J_1 J_2 \tau^* / T_{r\psi}$ .

Стационарная вероятность  $P_{\psi F_R}$  занятости  $\psi$ -м РЭС измерениями  $S(f, t)$  случайных сигналов определяется следующим образом:  $P_{\psi F_R} = P_{f\psi} I / N_{2\psi} = J_1 J_2 \tau^* I / (T_{r\psi} N_{2\psi})$ .

Реализованный при аналитическом исследовании взаимосвязи вероятностных характеристик  $P_{R\psi}$ ,  $P_{r\psi}$ ,  $P_{r\psi}$ ,  $P_{\psi f}$ ,  $P_{\psi F_R}$  подход позволяет, прежде всего, через выражение (3) учесть любые виды случайных сигналов, способы их распределения в пространстве, во времени и по частоте, способы пространственной и частотной перестройки РЭС; наращивать и учитывать любое число факторов влияния среды и собственных факторов функционирования РЭС на АСА случайных сигналов.

Пример исследования вероятностных характеристик  $P_{r\psi}$ ,  $P_{r\psi}$  и  $P_{R\psi}$  при  $F_{\eta_{qr\psi}}(t) = 1 - \exp(-t/\bar{\eta}_q)$ ,  $F_{\zeta_{qr\psi}}(t) = 1 - \exp(-t/\bar{\zeta}_q)$ ,

$q = \overline{1, 5}$ ,  $r \in R$ ,  $\psi \in \Psi$ ;  $\bar{\eta}_1 = \bar{\eta}_2 = 10$  мс-10 мин,  $\bar{\eta}_3 = 1$  с-10 мин,  $\bar{\eta}_4 = 10$  мс-10 с,  $\bar{\eta}_5 = 10$  ч-1000 ч,  $\bar{\zeta}_1 = 10$  мс-1 мин,  $\bar{\zeta}_2 = 1$  мс-10 с,  $\bar{\zeta}_3 = 1$  мс-10 с,  $\bar{\zeta}_4 = 1$  мс-100 мс,  $\bar{\zeta}_5 = 1$  с-1 ч;  $\Delta t = 1$  мс-1000 мс,  $\tau^* = 0.01$  мс-20 мс,  $R = 1-15$ ,  $\Psi = 1-10$ ,  $Z = IJ$ ,  $P_{r\psi} = (P_{r\psi ij})^2$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ ;  $P_{r\psi ij} = \exp(-\tau^* A) (1 - A(1 - \exp(-\Delta t B))) / B / C$ ,

$r \in R$ ,  $\psi \in \Psi$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ ; где  $A = \sum_{q=1}^5 (\bar{\eta}_q)^{-1}$ ,  $B = \sum_{q=1}^5 (\bar{\zeta}_q)^{-1}$ ,

$C = \prod_{q=1}^5 (1 + \bar{\zeta}_q / \bar{\eta}_q)$ ,  $A = 0.301-0.00012$  [мс<sup>-1</sup>],  $B = 3.112-$

$0.0112$  [мс<sup>-1</sup>];  $\bar{\zeta}_q \leq \bar{\eta}_q$ ,  $q = \overline{1, 5}$ ;  $\epsilon \leq \epsilon_{\text{доп.}} = 10\%$ ,  $C = 1.23-2.3$ , приведен в [7].

Исследования показали, что:

1)  $P_{r\psi}$  и  $P_{r\psi}$  существенно зависят от  $\Psi$ ,  $Z$  и  $P_{r\psi ij}$ ;

2) значения  $P_{r\psi}$  и  $P_{r\psi}$  при  $Z > 10$  примерно такие же, что и при  $Z = 10$ ;

3) зависимость  $P_{R\psi}$ ,  $P_{r\psi}$ ,  $P_{r\psi}$  и  $P_{r\psi ij}$  от величины  $C$ , а значит и соотношения величин  $A$  и  $B$ , существенна;

4) при  $C \rightarrow 1$  следует ожидать максимальных значений всех вероятностных характеристик;

5) для обеспечения условия  $C \rightarrow 1$  необходимо, чтобы РЭС обладали (по своим параметрам) свойством адаптации к анализируемым случайным сигналам  $R$  источников;

6) для  $Z = 6-50$ ,  $P_{r\psi ij} = 0.95-0.97$  при  $P_{r\psi} = 0.8-0.9$  и  $P_{r\psi ij} = 0.85-0.95$  при  $\psi = 5$  и  $P_{r\psi} = 0.5$ ;  $P_{r\psi} \geq 0.9$  при  $P_{r\psi ij} \geq 0.85$ ;

7)  $P_{R\psi}$ ,  $P_{r\psi}$ ,  $P_{r\psi}$  и  $P_{r\psi ij}$  принимают максимальное значение при максимальных значениях  $\tau^*$  и  $\Delta t$ ;

8) как  $P_{R\psi}$  и  $P_{r\psi}$  при  $R = 11-15$  и  $Z = 11-15$ ,  $r \in R$ , так и  $P_{r\psi ij}$  при  $\Delta t = 1$  мс-1000 мс,  $r \in R$ ,  $\psi \in \Psi$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ , изменяются несущественно;

9) наличие этапа вторичной обработки  $x_j(t)$  и  $\hat{S}(f, t)$  в РЭС в целом улучшает вероятностные характеристики.

§5. Точностные характеристики статистического оценивания  $S(f, t)$  в ходе первичной и вторичной обработок

Точностные характеристики АСА случайных сигналов  $R$  источников в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , во многом определяются [5,6] методическими ошибками  $\epsilon$  статистического оценивания  $S(f, t)$  на этапах первичной ( $\epsilon_1$ ) и вторичной ( $\epsilon_2$ ) обработок и ошибками восстановления  $\hat{S}(f, t)$  в ходе третичной обработки в РЭС.

Аналитическое выражение для определения методической ошибки  $\epsilon$  статистического оценивания  $S(f, t)$  в РЭС в самом общем случае имеет следующий вид [5,6]:

$$\varepsilon^2(f_i, t_j, \tau^*) = \frac{Q^4[f_i, F_{\text{пр.}} - \Delta f^*, t_j, S(f_i, t_j)]}{J_1 \tau^*(F_{\text{пр.}} - \Delta f^*)} \alpha[\tau^*/U] + \\ + \{Q^2[f_i, F_{\text{пр.}} - \Delta f^*, t_j, S(f_i, t_j)] - 1 - \\ - Q^2[f_i, F_{\text{пр.}} - \Delta f^*, t_j, S(f_i, t_j)] \mu[\tau^*/U]\}^2, \quad (4)$$

где  $f_i \in F_R$ ,  $t_j \in T_{\text{рп}}$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ ,  $\tau^* \in \Delta t$ ,  $\tau^*_{F_{\text{пр.}}} > 30$ ,  $\psi \in \Psi$ ,

$$\alpha[\tau^*/U] = \begin{cases} 1 & \text{при идеальном интегрировании,} \\ \frac{\tau^*}{2U} [1 - \exp(-2\tau^*/U)] & \text{при RC-осреднении;} \end{cases}$$

$$\mu[\tau^*/U] = \begin{cases} 0 & \text{при идеальном интегрировании,} \\ \exp(-\tau^*/U) & \text{при RC-осреднении;} \end{cases}$$

$$\Delta f^* = \begin{cases} 0 & \text{при дискретной перестройке,} \\ \frac{\tau^*}{4} \gamma_{\text{доп.свч}} & \text{при аналоговой перестройке;} \end{cases}$$

$$Q^2[f_i, F_{\text{пр.}} - \Delta f^*, t_j, S(f_i, t_j)] = \\ = 1 + \sum_{l=1}^z \frac{1}{(2l+1)!} \cdot \frac{S^{(2l)}(f_i, t_j)}{S(f_i, t_j)} \left( \frac{F_{\text{пр.}} - \Delta f^*}{2} \right)^{2l},$$

$i \in I$ ,  $j \in J$ , с точностью до 1 %  $2z$ -го члена ряда Тейлора при  $F_{\text{пр.}} \leq 0.2 \{ [S^{2z}(f_i, t_j) (2z+2)(2z+3)] / \sup |S^{(2z+2)}(\xi_i, t_j)| \}^{0.5}$ ,  $\xi_i \in [f_i - (F_{\text{пр.}} - \Delta f^*)/2, f_i + (F_{\text{пр.}} - \Delta f^*)/2]$ ,  $F_{\text{пр.}}^2 \geq \gamma_{\text{доп.свч}} > \gamma_{\text{доп.нч}}$ ;  $\gamma_{\text{доп.нч}} \leq F_{\text{пр.}} / (4-5)U$ ,  $U$  - постоянная сглаживающего RC-фильтра в АСА случайных сигналов.

Исследование гипотетического для  $\psi$ -го РЭС,  $\psi \in \Psi$ , случая, когда АСА случайных сигналов проводится в переходном режиме ( $\tau^*_{F_{\text{пр.}}} < 30$ , т.е.  $\tau^* \sim 10^{-5}$  с), приведено в [6] и подтверждается в [9].

Пример исследования зависимости  $\epsilon$  от параметров первичной ( $F_{\text{пр.}}$ ,  $\tau^*$ ,  $U$ ,  $z$ ,  $h$ ,  $F_R$ ,  $\gamma_{\text{доп.свч}}$ ,  $T_{\text{гф}}$ ), вторичной ( $J_1$ ) и третичной ( $J_2$ ,  $\Delta f$ ,  $\Delta t$ ,  $T_{\text{гф}}$ ) обработок, свойств случайных сигналов  $S_1^* = S^{(21)}(f, t)/S(f, t)$ ,  $1 = 1, 2, \dots$ , приведен в [7]: при  $F_{\text{пр.}} = 1$  МГц  $S_1^* = 0.80$ ,  $S_2^* = 1.34$ ,  $S_3^* = 3.87$ ,  $S_4^* = 17.03$ ; при  $F_{\text{пр.}} = 3$  МГц  $S_1^* = 0.09$ ,  $S_2^* = 0.02$ ,  $S_3^* = 0.01$ ,  $S_4^* = 2 \cdot 10^{-3}$ ; при  $F_{\text{пр.}} = 5$  МГц  $S_1^* = 0.03$ ,  $S_2^* = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $S_3^* = 3 \cdot 10^{-4}$ ,  $S_4^* = 4 \cdot 10^{-5}$ ;  $J_1 = 1-10$ ,  $\tau^* = 10^{-4} - 10^4$  [мс],  $\tau^* < \Delta t/J_1$ ,  $\Delta t = 1-1000$  [мс],  $\tau^*/U = 1-5$ ,  $h = (1 - \tau^* \gamma_{\text{доп.свч}}/4F_{\text{пр.}})^{-1} = 1-5$  ( $h = 1$  соответствует дискретной перестройке избирательных СВЧ-фильтров,  $h > 1$  соответствует аналоговой перестройке),  $\gamma_{\text{доп.свч}} = 10^2 - 10^3$  [МГц/мс];  $z = \overline{0,4}$ ,  $I = 60-100$ ;  $\Delta f = 10-25$  [МГц],  $J_1 J_2 / T_{\text{гф}} = (3 \cdot 10^6)^{-1} - 10^3/3$  [мс $^{-1}$ ].

Исследования показали, что:

1) для учета неравномерности  $S(f, t)$  в пределах  $\tau^* F_{\text{пр.}}$  и зависимости ошибок смещения от  $\tau^*$  достаточно  $z = 4$ ;

2) при идентичных значениях  $h$  и  $F_{\text{пр.}}$  и увеличении  $J_1$   $\epsilon(\tau^*)$  уменьшается (при росте  $J_1$  вес систематической составляющей по сравнению со случайной компонентой в  $\epsilon(\tau^*)$  растёт; зависимость дисперсии ошибки от  $\tau^* F_{\text{пр.}}$  и ошибки смещения подтверждает [10]);

3) целесообразное значение  $J_1 = 6-7$ ;

4) зависимость  $\epsilon(\tau^*)$  от  $F_{\text{пр.}}$  существенна при  $\tau^* \geq 0-10$  [мс];

5) при увеличении  $F_{\text{пр.}}$   $\epsilon(\tau^*)$  однозначно уменьшается;

6) целесообразное значение  $F_{\text{пр.}} = 4-6$  [МГц];

7) при использовании в процедуре статистического оценивания  $S(f, t)$  идеального интегрирования условие  $\epsilon \leq 10\%$  соблюдается при  $h = 1-2$ ,  $F_{\text{пр.}} = 5$  МГц,  $J_1 = 6$ ,  $\tau^* = 6-7$  [мс];



8) при использовании в процедуре статистического оценивания  $S(f, t)$  RC-осреднения условие  $\epsilon \leq 10\%$  соблюдается при  $K^* = 1-2$ ,  $\tau^*/K = 4$ ,  $F_{\text{пр.}} = 5$  МГц,  $\tau^* = 8-9$  [мс];

9) оптимальное значение  $\tau^*/U$  для  $F_{\text{пр.}} = 1$  МГц равно 3 при  $h = J_1 = 1$ , равно 4 при  $h = 1$  и  $J_1 = 2$  и равно 5 при  $h \geq 1$ ;

10) при исследовании структурно-временных характеристик (см. §4) значения параметров  $F_{\text{пр.}}$ ,  $J_1$ ,  $T_1$  целесообразно выбирать следующими:  $F_{\text{пр.}} = 5$  МГц,  $\Delta f \geq 10$  МГц,  $J_1 = 6-7$ ,  $\tau^* = 6-7$  [мс];

11) зависимость  $\epsilon(\tau^*)$  от  $F_R$ ,  $T_{r\psi}$ ,  $\gamma_{\text{доп.свч}}$  учитывается в значениях связанных с ними параметров  $h$  и  $\Delta t$ .

#### §6. Оптимальные алгоритмы и точностные характеристики восстановления оценок $\hat{S}(f, t)$ в ходе третичной обработки

1. Постановка задачи. В ходе первичной и вторичной обработки случайных сигналов  $R$  источников в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , осуществляется измерение и аналого-цифровое преобразование (кодирование) оценок  $\hat{S}(f, t)$ , их передача по каналам связи системы  $\Psi$  РЭС и последующее восстановление (цифро-аналоговое преобразование) как по частоте  $f_i \in F_R$ ,  $i \in I$ , так и по времени  $t_j \in T_{r\psi}$ ,  $j \in J$ .

Величина шага дискретизации по частоте  $\Delta f$  и времени  $\Delta t$  существенно определяет требования к аппаратуре первичной и вторичной обработок АСА случайных сигналов (канальности, точностным и временным характеристикам), аппаратуре передачи данных (быстродействию и пропускной способности), аппаратуре третичной обработки (времени восстановления на ЭВМ  $\hat{S}(f, t)$  с требуемой точностью и достоверностью). В связи с этим актуальным является решение задачи оптимизации процедуры восстановления  $\hat{S}(f, t)$  на основе теории приближения функций.

Учитывая апериодичность  $S(f, t)$ , используем параболическую интерполяцию для вычисления  $\hat{S}_3(f, t)$  через  $\hat{S}_2(f, t)$  с помощью

интерполирующих полиномов Ньютона, Гаусса, Бесселя, Стирлинга, Эверетта, обозначенных далее символами "Н", "Г", "Б", "С" и "Э" соответственно, с равномерным шагом интерполяции  $\Delta f_p = f_{i+1} - f_i = \text{const}$ ,  $i = \overline{1, I-1}$ , и интерполирующего полинома Чебышева с неравномерным шагом интерполяции  $\Delta f_H$ , среднее значение которого  $\overline{\Delta f_H} = F_R / I$ .

Ниже, в развитие §2, предложены алгоритмы и точностные характеристики оптимальной кусочно-параболической интерполяции (при  $\Delta f = \Delta f_p$  в п.2, при  $\Delta f = \Delta f_H$  в п.3, для произвольного шага в п.4) и кусочно-линейной аппроксимации (в п.5)  $\hat{S}_3(f, t)$ , применимые как при восстановлении  $\hat{S}_3(f, t)$  по частоте  $f \in F_R$  (изложение приведено для этого случая), так и по времени  $t \in T_{r\psi}$ . В п.6 рассмотрен пример, когда шаг дискретизации  $\Delta f$  ( $\Delta t$ ) совпадает с шагом интерполяции и аппроксимации.

2. Оптимальная кусочно-параболическая интерполяция ( $\Delta f = \Delta f_p$ ). Анализ точности интерполяции показывает, что каждый  $k$ -й ( $k = Н, Г, Б, С, Э$ ) интерполирующий полином имеет различную (переменную) точность интерполяции на различных участках интервала  $\Delta f_p$  (на различных частотах  $f \in \Delta F$ ) [11] при этом выражение для абсолютной ошибки  $\delta(f)$  интерполяции в точке  $f \in \Delta F$  в общем случае можно записать следующим образом:

$$|\delta_{I+1,k}(f)|_j \leq G_{I+1} \Delta f_p^{I+1} |L_{I+1,k}(f, \Delta f_p, \{f_i \in \Delta f\}, i \in I)|_j, \quad (5)$$

где  $G_{I+1} = \sup_{f \in F_R} |\hat{S}_1(f, t_j)^{(I+1)}|$ ,  $j \in J_2$ , определяется в ходе первичной обработки  $x_j(t)$  (см. §2,  $G_v = G_{I+1}$  при  $v = I+1$ ) при непрерывности  $\hat{S}_1^{(i)}(f)$ ,  $i = \overline{1, I+1}$ .

Из неравенства (5) следует, что при заданных  $G_{I+1}$  и  $\Delta f_p$  для  $j \in J_2$ .

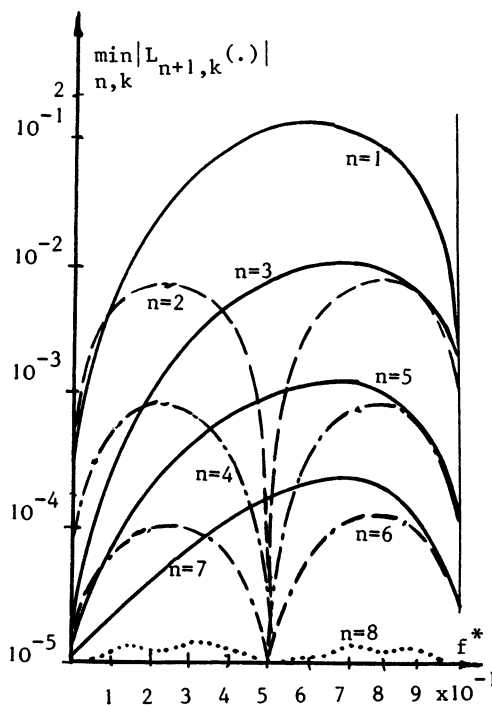
$$|\delta_{I+1,k}(f)|_j \rightarrow \min \text{ при } \min_{n,k} |L_{n+1,k}(f, \Delta f_p, \{f_i \in \Delta f\}, i \in I)|_j. \quad (6)$$

В выражении (6)  $\min(\cdot)$  означает последовательный, начиная с  $n, k$

$n = 1$ , подбор степени  $n$  интерполирующего полинома, при кото-  
рой относительная ошибка восстановления по частоте  $\epsilon_{\text{вф}}(n) \leq$   
 $\leq \epsilon_{\text{вдоп. f}}$ . Решение этой задачи при  $n = 1,8$  приведено на ри-  
сунке, при этом

$$k = \begin{cases} \text{С при } n = 1 \text{ и } f^* \in [0, 0.5]; n = 3, 5, 7 \text{ и } f^* \in [0, 1]; \\ \text{Н, Б, Г при } n = 1 \text{ и } f^* \in [0.5, 1.0]; \\ \text{Б при } n = 2, 4, 6, 8 \text{ и } f^* \in [0, 1], \end{cases} \quad (7)$$

где  $f^* = f/\Delta f_p$ ,  $f^* \in [0, 1]$ ,  $f \in [f_i, f_{i+1}]$ ,  $i = \overline{0, I+1}$ .



Выражения (5)–(7)  
и рисунок определяют оп-  
тимальный алгоритм ку-  
сочно-параболической ин-  
терполяции с равномер-  
ным шагом  $\hat{S}_{3p}(f, t_j)$ ,  
 $j \in J_2$ , методика приме-  
нения которого сводится  
к следующему. По точке  
интерполяции  $f \in F_R$  оп-  
ределяются ближайшие уз-  
лы интерполяции  $(f_i,$   
 $f_{i+1}; i \in [0, I+1])$ , в  
пределах которых осуще-  
ствляется оптимальная  
параболическая интерпо-  
ляция, при этом сначала  
по формулам (5)–(6) и  
из рисунка определяется

величина  $n$ , затем по формуле (7) определяется интерполирующий  
полином, с помощью которого в точке  $f$  восстанавливается  
 $\hat{S}_{3p}(f, t)$ .

3. Оптимальная кусочно-параболическая интерполяция ( $\Delta f = \Delta f_H$ ). Решение задачи, сформулированной в выражениях (5)–(6), при использовании полинома Чебышева позволяет построить алгоритм оптимальной кусочно-параболической интерполяции с неравномерным шагом:

$$\left. \begin{aligned} \hat{S}_{3H}(f, t_j) &= 0.5Y_0 + \sum_{\omega=1}^n Y_{\omega} \Lambda_{\omega}((2f - f_i - f_0)/F_R), \\ Y_{\omega} &= 2/(n-1) \sum_{i=0}^n \hat{S}_2(f_i, t_j) \cos[(2i+1)\omega\pi / (2n+2)], \\ \Lambda_{\omega}(f) &= \cos(\omega \arccos(f)), \\ f_i &= (f_0 + f_I)/2 + F_R/2 \cos[(2i+1)\omega\pi / (2n+2)], \\ i &= \overline{0, n}; \quad \omega = \overline{0, n}; \quad j = \overline{1, J_2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$|\delta_{n+1}(f)| \leq G_{n+1} F_R^{n+1} / ((n+1)! 2^{2n+1}), \quad j \in J_2. \quad (9)$$

В системе выражений (8)  $f_0$  и  $f_I$  – крайние частоты диапазона  $F_R$ , т.е.  $F_R = f_I - f_0$ . В неравенстве (9)  $G_{n+1} = G_v$  при  $v = n+1$  (см. §2).

4. Оптимальная кусочно-параболическая интерполяция (произвольный шаг). Решая задачу, определенную в выражениях (5)–(6), в системе с выражениями (7)–(9) с учетом рисунка при  $\Delta \bar{f}_H = \Delta f_p$ , получаем алгоритм оптимальной кусочно-параболической интерполяции общего вида,  $j \in J_2$ :

$$\hat{S}_{3П}(f, t_j) = \begin{cases} \hat{S}_{3H}(f, t_j) & \text{при } n = 1, \\ \hat{S}_{3P}(f, t_j) & \text{при } n = \overline{2, 8}. \end{cases} \quad (10)$$

Аналитические и численные исследования выражения (10) с точки зрения времени определения  $\hat{S}_{3П}(f, t_j)$  в любой точке  $f \in F_R$  при использовании ЭВМ показывают:

1) возможность проведения дополнительной оптимизации алгоритма определения  $\hat{S}_{3П}(f, t)$  в точках  $f^* \in [0.5; 1.0]$  (при  $n =$

= 1 из  $k = H, B, \Gamma$  по минимальному времени реализации на ЭВМ выбирается  $k = H$ );

2) предпочтительность алгоритма определения  $\hat{S}_{3H}(f, t)$  перед алгоритмом определения  $\hat{S}_{3P}(f, t)$  по времени реализации на ЭВМ;

3) возможность обоснования требований к вычислительным средствам, используемым в  $\psi$ -м РЭС,  $\psi \in \Psi$ , для восстановления  $\hat{S}_3(f, t)$  по частоте  $f \in F_R$  и времени  $t \in T_{r\psi}$  в ходе третичной обработки.

5. Оптимальная кусочно-линейная аппроксимация. Критерием оптимизации при кусочно-параболической интерполяции  $\hat{S}(f, t)$  является критерий минимакса абсолютной величины ошибки интерполяции (см. формулу (6)). Если при восстановлении  $\hat{S}_3(f, t)$  учитывать случайные ошибки процедуры статистического оценивания  $S(f, t)$ , то в качестве критерия оптимизации целесообразно использовать критерий минимальной взвешенной (веса  $\gamma_i > 0$ ,  $i = \overline{0, I}$ ) среднеквадратической ошибки  $\delta^2 = \sum_{i=0}^I \gamma_i [\hat{S}_1(f_i, t_j) - \hat{S}_3(f_i, t_j)]^2$  и проводить "сглаженную" аппроксимацию  $\hat{S}_2(f, t)$  полиномами  $\hat{S}_{3A}(f, t_j) = \sum_{v=0}^{\omega} a_v \varphi_v(f, t_j)$ ,  $\omega \leq I$  по методу наименьших квадратов.

Так как узлы интерполяции для случая кусочно-линейной интерполяции  $\hat{S}_{3A}(f, t_j)$  суть корни полинома Чебышева, которые в этом случае обладают свойством ортогональности при  $\gamma_i = 1$ ,  $i = \overline{0, I}$ ;  $\sum_{i=0}^I \gamma_i \varphi_v(f_i, t_j) \varphi_n(f_i, t_j) = 0$ ,  $v \neq n$ , то полиномы Чебышева можно использовать в качестве функций  $\varphi_v(f, t_j)$ ,  $v = \overline{0, \omega}$ ,  $v \leq N$ , а кусочно-линейная интерполяция  $\hat{S}_3(f, t)$  при оптимальной реализации этапа восстановления  $\hat{S}_3(f, t)$  заменяется кусочно-линейной аппроксимацией  $\hat{S}_3(f, t)$  полиномом:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{30A}(f, t_j) &= \hat{S}_{3A}(f, t_j; n=1) = \\ &= 0.5[\hat{S}_2(f_i, t_j) + \hat{S}_2(f_{i+1}, t_j)] + \\ &+ 0.5[\hat{S}_2(f_{i+1}, t_j) - \hat{S}_2(f_i, t_j)] \times \\ &\times (2f - f_{i+1} - f_i) / (f_{i+1} - f_i), \quad i = \overline{0, I-1}, \quad j = \overline{1, J_2}. \quad (11)\end{aligned}$$

6. Пример. Численные исследования на ЭВМ точностных характеристик процедуры восстановления  $\hat{S}_3(f, t)$  по частоте  $f_i \in F_R$  проведено при изменении исходных данных в широких пределах:  $G_1 = \hat{S}_1(f, t)_{\max} = 10^{-10} - 10^{-14}$  [Вт/МГц],  $G_2 = 10^{-10} - 10^{-5}$  [Вт/МГц<sup>2</sup>],  $G_3 = 10^{-9} - 10^{-4}$  [Вт/МГц<sup>3</sup>],  $G_4 = 10^{-8} - 10^{-3}$  [Вт/МГц<sup>4</sup>],  $G_5 = 10^{-6} - 10^{-1}$  [Вт/МГц<sup>2</sup>],  $\Delta f_p = \overline{\Delta f_n} = 2, 3, \dots, 15, 20, 25, 30, 40$  [МГц],  $n = \overline{1, 4}$ ,  $\epsilon_{\text{вдоп.}f} = 10\%$  при  $i = \overline{0, I+1}$ .

Исследование показало:

1)  $G_v$  существенно определяют требуемые величины  $\Delta f$  и  $\Delta t$ ;  
 2) по значениям  $G_v$  можно определить максимальные значения  $\Delta f$ ,  $\Delta t$  и минимальное значение  $n$ , при которых  $\epsilon_v \leq \epsilon_{\text{вдоп.}}$ ;  
 3) чем меньше изрезаны спектры  $S(f, t)$  случайных сигналов  $R$  источников, тем большие значения  $\Delta f$  и  $\Delta t$  можно выбирать при заданных  $\epsilon_{\text{вдоп.}f}$  и  $\epsilon_{\text{вдоп.}t}$ , а значит меньшее число частотных каналов  $N_\psi$  необходимо предусматривать в АСА случайных сигналов;

4) в интересах третичной обработки измерение  $G_v$  в ходе первичной обработки нужно проводить с привязкой ко времени;

5) потребная степень  $n$  восстанавливающих полиномов существенно зависит от  $\Delta f$ ,  $\Delta t$  и  $G_v$ ;

6) существуют такие  $\Delta f_{\max}$  и  $\Delta t_{\max}$ , для которых при  $\Delta f > \Delta f_{\max}$  и  $\Delta t > \Delta t_{\max}$  требование  $\epsilon_v \leq \epsilon_{\text{доп.}}$  заведомо не выполняется;

7)  $\Delta f_{\max}$  и  $\Delta t_{\max}$  определяются возможностями вычислительных средств и свойствами случайных сигналов  $G_v$ ;

8) увеличение  $\Delta f$  и  $\Delta t$  усложняет процедуру восстановления и ужесточает требования к вычислительным средствам;

9) существует возможность решения задачи восстановления  $\hat{S}_3(f, t)$  на ЭВМ в реальном масштабе времени;

10) для принятых в исследовании исходных данных оптимальным по критерию минимальной ошибки интерполяции (максимальной достоверности процедуры восстановления), минимального времени реализации на ЭВМ (минимальных требований к вычислительным средствам), максимального шага интерполяции (минимальных аппаратных затрат - минимального  $N_\psi$ ) при ограниченной выборке наблюдений случайных сигналов является частный случай кусочно-параболической интерполяции - кусочно-линейная интерполяция  $\hat{S}_3(f, t)$  полиномом:

$$\begin{aligned}\hat{S}_{3M}(f_i, t) &= \hat{S}_{3H}(f_i, t; n = 1) = \\ &= 0.5[\hat{S}_2(f_i, t) + \hat{S}_2(f_{i+1}, t)] + \\ &+ 0.7071[\hat{S}_2(f_i, t) - \hat{S}_2(f_{i+1}, t)] \times \\ &\times (2f - f_{i+1} - f_i) / (f_{i+1} - f_i), \quad i = \overline{0, I-1}.\end{aligned}\quad (12)$$

При этом в ходе первичной обработки при статистическом оценивании  $S(f, t)$  необходимо равномерно через  $\Delta f = 3.414 \sqrt{|\delta_2(f)_{\max}| / G_2}$  снимать  $1 + F_R / \Delta f$  отсчетов  $\hat{S}_1(f_i, t_j)$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J$ , а максимальная относительная ошибка  $\epsilon_{bf}$  (%) интерполяции оценок  $\hat{S}_3(f, t)$  (при восстановлении по частоте  $f$  и времени  $t$ ) будет равна  $\epsilon_{bf} = 85.787 \cdot 10^{-5} G_2 (\Delta f)^2 / \hat{S}_1(f, t)_{\max}$ .

#### §7. Отличительные особенности технологии как нового научно-технического направления в аппаратном анализе случайных процессов

Изложенные в §2 и 6 основные этапы технологии АСА нестационарных случайных СВЧ-сигналов, произвольно распределенных в пространстве, во времени и по частоте при сформулированных в

§1 условиях, приведенные в §3-6 аналитические выражения для определения, исследования и комплексной оптимизации вероятностных, структурно-временных и точностных характеристик статистического оценивания  $S(f, t)$  и восстановления оценок  $\hat{S}(f, t)$ , выводы из результатов анализа численных исследований на ЭВМ этих характеристик при широком (в большинстве случаев предельно допустимом) диапазоне изменения исходных данных - все это в совокупности в методологическом плане составляет новое научно-техническое направление в теории и практике аппаратного анализа случайных процессов, отличительными особенностями которого являются:

- 1) принципиальная нестационарность анализируемых случайных сигналов как реализаций случайных процессов на всем интервале наблюдения;
- 2) проведение АСА случайных СВЧ-сигналов в условиях жестких временных ограничений на "проходе" (в реальном масштабе времени) при обеспечении заданных ошибок;
- 3) совмещение процедур спектрального анализа случайных сигналов с процедурой пеленгации перемещающихся  $R$  источников этих сигналов (наличие пространственно-временной обработки);
- 4) явно выраженный сложный вероятностный режим АСА случайных сигналов в координатах "пространство-время-частота";
- 5) АСА случайных сигналов в широкой полосе частот  $F_R$  СВЧ диапазона;
- 6) совмещение процедур спектрального анализа случайных сигналов с процедурой восстановления оценок  $\hat{S}(f, t)$ ;
- 7) консервация и накопление в ходе АСА случайных сигналов не самих сигналов  $x(t)$ , а оценок  $\hat{S}(f, t)$ ;
- 8) проведение АСА случайных сигналов территориально разнесенными РЭС (наличие процедур аналого-цифрового преобразования, передачи информации об оценках  $\hat{S}(f, t)$  по каналам связи с их последующим восстановлением);



9) иной подход в обеспечении разрешающей способности АСА случайных сигналов, при этом определяющими при выборе  $F_{\text{пр}}$  является лишь точность измерения  $S, f$  и  $t$ ;

10) построение АСА случайных сигналов с учетом неравномерности  $S(f, t)$  в пределах частотно-временного элемента анализа ( $F_{\text{пр}}, \tau^*$ );

11) осуществление дискретной частотно-временной перестройки каналов в АСА случайных сигналов;

12) учет зависимости ошибок смещения оценок  $\hat{S}(f, t)$  относительно измеряемых величин  $S(f, t)$  от размеров частотно-временного элемента анализа ( $F_{\text{пр}}, \tau^*$ );

13) осуществление адаптации полосы пропускания избирательных СВЧ-фильтров при их перестройке в диапазоне  $F_R$ ;

14) учет допустимой скорости перестройки  $\gamma_{\text{доп. свч}}$  избирательных СВЧ-фильтров, ограниченной проявлением динамических эффектов, и допустимой скорости перестройки RC-сглаживающих (низкочастотных) фильтров, ограниченной переходным процессом.

Перечисленные особенности разработанной технологии определяют принципиальную новизну представленных в статье результатов. При разработке комплекса взаимосвязанных аналитических моделей, приведенных в §3-6, для сформулированных в §1 условий снято много ограничений, принятых в известной научной литературе по аппаратурному спектральному анализу случайных процессов [1-4].

### З а к л ю ч е н и е

Глубокая взаимосвязь полученных в §3-6 аналитических выражений для оценки и исследования вероятностных, структурно-временных и точностных характеристик АСА случайных сигналов ПРЭС основана, прежде всего, на тесной взаимосвязи этапов первичной, вторичной и третичной обработок информации о  $S(f, t)$ , единой, строго последовательной и обязательной технологии обра-

ботки случайных сигналов в  $\Psi$  РЭС (обнаружение, статистическое оценивание, аналого-цифровое преобразование, статистическое сглаживание, передача по каналам связи, восстановление и т.д.).

Аналитическая взаимосвязь параметров первичной, вторичной и третичной обработок случайных сигналов позволяет по-новому решать традиционные вопросы АСА последних. Например, появилась возможность по-новому определять требования к дискретности объема  $S(f, t)$  по времени ( $\Delta t$ ) и по частоте ( $\Delta f$ ) в ходе первичной обработки с учетом требуемой точности и алгоритмической сложности восстановления оценок  $\hat{S}(f, t)$  в ходе третичной обработки.

Параметры процедуры восстановления  $\hat{S}_3(f, t)$  по дискретным значениям  $S, f$  и  $t$  в непрерывном объеме  $S \times f_R \times t_\Psi$  существенно определяют структурно-временные характеристики АСА случайных сигналов. Например, для увеличения точностных характеристик процедуры восстановления при заданных возможностях вычислительных средств  $\Psi$ -го РЭС и ресурсе времени можно увеличить число используемых узлов интерполяции в ходе третичной обработки, но это немедленно приведет к необходимости увеличения требуемого числа частотных каналов  $N_\Psi$  АСА случайных сигналов, что приводит к увеличению аппаратных затрат для проведения первичной обработки.

Комплекс взаимосвязанных аналитических выражений, приведенных в §3-6, позволяет сформулировать требования к объему статистических измерений в АСА случайных сигналов и аппаратно-программным средствам  $\Psi$ -го РЭС в целом, аппаратуре передачи данных  $\Psi$  РЭС через точностные, структурно-временные и вероятностные характеристики надежности и эффективности  $\Psi$ -го РЭС как сложной системы, параметры процедур статистического оценивания, аналого-цифрового преобразования, статистического сглаживания и восстановления спектров случайных сигналов  $\Psi$  РЭС.

Указанные положения определяют [5-7] принципиальную возможность проведения комплексной оптимизации более двадцати ха-

рактических и шестидесяти параметров аппаратно-программных средств, реализующих первичную, вторичную и третичную обработки случайных сигналов с учетом большого числа параметров  $\Psi$  РЭС и их отдельных подсистем при одновременном исследовании надежности и эффективности функционирования каждого  $\psi$ -го РЭС как сложных систем. При этом появляется возможность исследовать влияние точностных характеристик АСА случайных сигналов на структурно-временные характеристики, при заданных вероятностных и точностных характеристиках АСА случайных сигналов найти оптимальные значения структурно-временных характеристик с оценкой эффективности АСА случайных сигналов  $\psi$ -го РЭС с помощью вероятностных характеристик.

Для оценки эффективности функционирования  $\psi$ -го РЭС как сложной системы  $\Xi_{\psi}(t)$  (см. §1) и исследования неравенства  $\Xi_{\psi}(t) \geq \Xi_{\text{доп.}}$  в [6,12] с помощью аппарата полумарковских процессов [13] построен комплекс аналитических моделей канальной части АСА случайных сигналов как многорежимной (различное использование в каждом режиме) восстанавливаемой (случайное время исправной работы - различные характеристики потоков отказов и время восстановления) системы обслуживания с ограниченным временем ожидания и различными (всего четыре) типами временной избыточности с учетом случайной нагрузки (различные характеристики входящих потоков), длительности обслуживания требований (ограниченной пропускной способности каналов АСА случайных сигналов), периодичности и длительности работ технического обслуживания (переменная производительность обслуживающего, восстанавливающего органа и органа технического обслуживания). Для перевода с заданной точностью получаемых в ходе исследований с помощью аппарата полумарковских процессов аналитических выражений в форме преобразования Лапласа-Стилтьеса из области изображений в область оригиналов разработан [4] численный метод решения этой задачи на ЭВМ.

## Л и т е р а т у р а

1. БЕНДАТ Дж. ПИРСОЛ А. Применение корреляционного и спектрального анализа: Пер. с англ. - М.: Мир, 1983. - 312 с.
2. МИРСКИЙ Г.Я. Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. - М.: Энергоиздат, 1982. - 320 с.
3. ЦВЕТКОВ Э.И. Методические погрешности статистических измерений. - Л.: Энергоатомиздат, Ленингр.отд-ние, 1984.-144 с.
4. ГРИБАНОВ Ю.И., МАЛЬКОВ В.А. Погрешности и параметры цифрового спектрально-корреляционного анализа. - М.: Радио и связь, 1984. - 160 с.
5. УСТЮГОВ Ю.А. Некоторые вопросы оптимального синтеза аппаратуры спектрального анализа случайных СВЧ сигналов, неравномерно распределенных в пространстве, во времени и по частоте //Методы и аппаратура для измерения сдвига фаз. Сб. науч. тр. Института физики СО АН СССР. - Красноярск: ИФ СО АН СССР, 1980. - С. 168-174.
6. УСТЮГОВ Ю.А. Элементы аналитической модели аппаратурного спектрального анализа случайных сигналов, неравномерно распределенных в пространстве, во времени и по частоте //XXV Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню радио (г.Москва, 27-29 мая 1980 г.). Тезисы док. - М.: 1980. - С. 42-43.
7. УСТЮГОВ Ю.А. Результаты исследования на ЭВМ вероятностных, точностных и структурных характеристик аппаратуры спектрального анализа случайных сигналов в пространстве, широкой полосе частот в СВЧ-диапазоне и в реальном масштабе времени //Фазовые и частотные радиотехнические системы и устройства с цифровой обработкой. Межвузовский сб.науч. статей. - Красноярск: КПИ, 1981. - С. 159-168.
8. СЕДЯКИН Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. - М.: Сов. радио, 1965.
9. BARIC Branco. Statistical Error of Suboptimum Spectrum Analysis: Review of Estimates //IEEE Transactions of instrumentation and measurement. - 1975. - Vol.24, N 2.
10. RICE S.O. Filtered Thermal Noise Fluctuation of Energy as a Function of Interval Length //BSTJ. - 1943.-Vol.11, April. - P. 216-227.
11. КОРН Г. и КОРН Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1973. - 832 с.
12. УСТЮГОВ Ю.А. Комплекс аналитических моделей для оценки и исследования надежности и эффективности функционирования широкого класса сложных систем с учетом основных черт, факторов и особенностей реального функционирования: Итоговый отчет по НИР "Оптимум". Том IV. - Красноярск: КВКУРЗ ПВО, 1985.-134 с.

13. КОРОЛЮК В.С., ТУРБИН А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения. - Киев: Наукова думка, 1976. - 184 с.

14. УСТЮГОВ Ю.А., ФРУМИН И.Д., ГОМЕР В.О. Численный метод обращения на ЭВМ преобразования Лапласа-Стилтьеса одного класса оригиналов //Применение ЭВМ в народном хозяйстве: Краевая конференция молодых ученых (г.Красноярск, 28 ноября 1984 г.): Тезисы докл. - Красноярск, 1984. - С. 34-35.

Поступила в редакцию

20 мая 1995 года