

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ

(Вычислительные системы)

2004 год

Выпуск 173

УДК 519

ЕЩЕ РАЗ О ПРИРОДЕ ВРЕМЕНИ¹

К.Ф. Самохвалов

В части работы [1] обсуждается некоторая аксиоматическая реконструкция кантовского понимания времени как одного из условий возможности опыта. Цель настоящей заметки — развить эту часть, уточнив и пополнив упомянутую реконструкцию новыми аксиомами.

1. Кантовская философия подвергалась и подвергается самым разнообразным истолкованиям. Среди них простейшее состоит в том, чтобы интерпретировать ее феноменологически — как серию высказываний и предположений о возможных *содержаниях* сознания. При этом считается, что всякое содержание сознания, каковым бы оно ни было, всегда можно представить в виде некоторой алгебраической системы, т.е. в виде некоторой совокупности предметов внимания и некоторой совокупности осознаваемых свойств этих предметов и осознаваемых связей (отношений и операций) между ними. С такой позиции упомянутая выше аксиоматическая реконструкция в работе [1] выглядит, с точностью до обозначений, следующим образом.

Пусть L — язык первого порядка (с равенством) в сигнатуре σ , содержащей один одноместный предикатный символ S и один двуместный предикатный символ $NA : \sigma = (S, NA)$. Пусть m — класс всех моделей языка L . Для всякой модели $M \in m$

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ, проекты 01-03-00247 и 02-03-18307а; поддержана грантом НШ 2112.2003.1 и Интеграционным проектом СО РАН № 25.

обозначим через U_M носитель M , через S_M — денотат в M для S , через NA_M — денотат в M для NA . Пусть k — подкласс класса m , определяемый условием $k = \{K | K \in m, U_K$ — произвольное множество объектов внимания, S_K — одноместное отношение на U_K , осознаваемое как «иметь хотя бы одно чувственно (на вкус, на запах, на цвет, на слух, на осязание) воспринимаемое качество», NA_M — двуместное отношение на U_K , осознаваемое как «не более поздний, чем»}. Класс k назовем классом *чувственно-темпоральных содержаний сознания в сигнатуре σ* .

Обозначим через $Th(k)$ и назовем *элементарной теорией* класса k множество всех предложений сигнатуры σ , выполнимых на k . Если для всякого множества A предложений языка L обозначать через $Mod(A)$ класс всех моделей этого множества, то, очевидно, $k \subset Mod(Th(k))$, где включение \subset — собственное. Иными словами, класс чувственно-темпоральных содержаний сознания в сигнатуре σ не аксиоматизируем. Зато в отношении его элементарной теории интуитивно (интроспективно) выглядит оправданным предположить, что она — конечно аксиоматизируема, причем ее аксиоматика — следующие три предложения:

$$\forall xy(Sx \& Sy \rightarrow xNAy \vee yNAx); \quad (1^*)$$

$$\forall xyz(xNAy \& yNAz \rightarrow yNAz \vee xNAz); \quad (2^*)$$

$$\forall xy(xNAy \& x \neq y \rightarrow Sy); \quad (3^*)$$

Таким образом, предполагается, что $Th(k) = T$, где T — множество всех предложений (в сигнатуре σ), выводимых в первопорядковой логике из аксиом (1^*) – (3^*) .

Первая аксиома говорит, что любые «чувственные» объекты внимания всегда темпорально сравнимы.

Вторая аксиома говорит, что темпоральное отношение «не более поздний, чем» всегда транзитивно.

Третья аксиома говорит, что для любых двух объектов внимания x и y в любом чувственно-темпоральном содержании, если объект внимания x находится в отношении «не более поздний, чем» с объектом y и не равен ему, то y — «чувственный» объект.

2. Следует подчеркнуть, что когда Кант рассуждает о времени, он имеет в виду, хотя не оговаривает этого явно, не какое-либо специальное (физическое, математическое, психологическое и т.д.), а некое неспецифическое, если угодно, *обычное* время. Время, осознаваемое сугубо непосредственно (чистое наглядное представление), время, в котором есть место прошлому, настоящему или будущему опыту. Время, имеющее отношение к личности (к самосознанию). Ибо прошлое, настоящее, будущее — всегда *чье-то* прошлое, настоящее, будущее. Напрашивается вопрос: можно ли, и если можно, то, как формально выразить именно такое понимание времени?

Этот вопрос не был поставлен и не обсуждался в [1]. Поэтому изложенную выше реконструкцию T желательно преобразовать в более детальную систему, чем, собственно, и мотивируется заявленная в преамбуле цель данной статьи.

Пусть L_1 — язык первого порядка (с равенством) в сигнатуре σ_1 , содержащей четыре одноместных предикатных символа S, P, R, Ego , два двуместных предикатных символа Si, B и, быть может, другие символы предикатов и операций: $\sigma_1 = (S, P, R, Ego, Si, B, \dots)$. Пусть m_1 — класс всех моделей языка L_1 . Для всякой алгебраической системы $M \in m_1$ будем обозначать: U_M — носитель M ; S_M — денотат в M для S ; P_M — денотат в M для P ; R_M — денотат в M для R ; Ego_M — денотат в M для Ego ; Si_M — денотат в M для Si ; B_M — денотат в M для B . Пусть k_1 — подкласс класса m_1 определяемый условием: $k_1 = \{K | K \in m_1, U_K$ — произвольное множество объектов внимания, S_K — одноместное отношение на U_K , осознаваемое как «иметь хотя бы одно чувственно воспринимаемое качество», P_K — одноместное отношение на U_K , осознаваемое как «существовать в качестве только возможного объекта», R_K — одноместное отношение на U_K , осознаваемое как «существовать реально», Ego_K — одноместное отношение на U_K , осознаваемое как «существовать в качестве субъекта сознания», Si_K — двуместное отношение на U_K , осознаваемое как «одновременно с», B_K — двуместное отношение на U_K , осознаваемое как «строго раньше, чем»².

²Подробнее о предикатах существования см. [2].

Класс k_1 назовем классом *темпоральных содержаний сознания в сигнатуре σ_1* .

Как и класс k , класс k_1 не аксиоматизируем. Однако, несмотря на явную параллель с [1], теперь мы не склонны заявлять, что элементарная теория класса k_1 конечно-аксиоматизируема. Напротив, теперь мы утверждаем, что, если в языке L_1 бесконечно много замкнутых термов, то упомянутая теория не конечно-аксиоматизируема. Точнее говоря, мы считаем, что элементарная теория V класса k_1 , $V = \text{Th}(k_1)$, должна содержать следующую схему аксиом:

$\neg Egot$ для каждого замкнутого терма t в языке L_1 . (0)

Обоснование этому требованию читатель найдет в [3], и сводится оно, вкратце, к непосредственному усмотрению того, что любой *конкретный* (указываемый именем) *объект* сознания не существует так, как существует *субъект* этого сознания. Там же он найдет и оправдание аксиоме

$$\exists! x Egox. \quad (1)$$

Эта аксиома выражает убеждение читателя в том, что его личность существует как уникальный *субъект* сознания (в то время как другие личности могут быть только *объектами* сознания).

Далее, интуитивно (интроспективно) оправданным выглядит предположение, что на классе k_1 должны выполняться, по крайней мере, еще и следующими аксиомы:

$$\forall x (Egox \rightarrow Rx); \quad (2)$$

$$\forall x (Egox \rightarrow \neg Sx); \quad (3)$$

$$\forall x (Rx \rightarrow \neg Px); \quad (4)$$

$$\forall x (Sx \rightarrow (Rx \vee Px)); \quad (5)$$

$$\forall x \neg xBx; \quad (6)$$

$$\forall xyz (xB_y \& yB_z \rightarrow xB_z); \quad (7)$$

$$\forall xy(xSiy \rightarrow (Rx \& Ry) \vee (Px \& Py) \vee \\ \vee (\neg Rx \& \neg Px \& \neg Ry \& \neg Py)); \quad (8)$$

$$\forall x xSiz; \quad (9)$$

$$\forall xy(xSiy \rightarrow ySiz); \quad (10)$$

$$\forall xyz(xSiy \& ySiz \rightarrow xSiz). \quad (11)$$

Аксиомы (2) и (3) выражают убеждение читателя в том, что он как субъект сознания существует также и реально, но не является чем-то эмпирическим, или чувственным, т.е. кислым или сладким, синим или зеленым и т.д.

Аксиома (4) говорит: все, что существует реально, не существует в качестве только возможного объекта сознания, и наоборот, все, что существует в качестве только возможного объекта сознания, не существует реально.

Аксиома (5) говорит: все, что не существует ни реально, ни в качестве только возможного объекта сознания, не является чем-то эмпирическим (но вполне может быть чем-то иным, например, «идеальной сущностью» вроде числа, истины и т.д.).

Аксиомы (6) и (7) выражают убеждение читателя в том, что отношение «строго раньше, чем» всегда (на любом носителе U_K) иррефлексивно и транзитивно.

Аксиома (8) говорит о том, что интуитивно осознаваемая читателем одновременность подразумевает некоторую однотипность способов существовать или не существовать.

Аксиомы (9) · (11) говорят о том, что отношение «одновременности» всегда (на любом носителе U_K) эквивалентность.

Рассмотрим теперь аксиому

$$\forall xy(xBy \rightarrow [(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px \& \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py) \& \\ \& (\neg Py \& \neg Ry \rightarrow \neg Px \& \neg Rx)]). \quad (12)$$

С точки зрения кантовского понимания времени, она также представляется интуитивно оправданным предположением. В самом деле, приняв кантовскую установку на обычное время, читатель легко, вероятно, согласится с тем, что для субъекта сознания его *настоящее* существует реально, его *будущее*, близкое или отдаленное, существует как всего лишь только возможность, а его *прошлое*, тоже близкое или отдаленное, — не как реальность и не как только лишь возможность. Это значит, что читатель склонен полагать истинными на k_1 формальные предложения: $\forall xy(Egox \ \& \ ySix \rightarrow Ry)$; $\forall xyz(Egox \ \& \ xBy \ \& \ yBz \rightarrow Py \ \& \ Pz)$; $\forall xyz(Egox \ \& \ yBx \ \& \ zBy \rightarrow \neg Py \ \& \ \neg Ry \ \& \ \neg Pz \ \& \ \neg Rz)$. Очевидно, эти три предложения — логические следствия аксиом (1)–(12). С другой стороны, не все их можно вывести из аксиом (1)–(11).

Таким образом, мы полагаем, что элементарная теория V класса k_1 , какова бы она не была во всем остальном, должна содержать подтеорию V_0 (в языке L_0 сигнатуры $\sigma_0 = (S, P, R, Ego, Si, B)$), задаваемую аксиомами (1)–(12), и подтеорию V_1 (в языке L_1), задаваемую аксиомами (1)–(12) и схемой аксиом (0).

Легко показать, что V_1 и, следовательно, V_0 непротиворечивы. Непротиворечивость V — предполагается.

Заметим, что хотя указанные подтеории *не определяют* темпоральные понятия в терминах чувственности и способов существования, они, тем не менее, устанавливают *связь* между первыми и вторыми. И, стало быть, позволяют понять, почему обычное время столь важно для нас: оно связано с тем, что составляет «самую ткань» жизни.

Пусть $xNAy$ — сокращение для $xBy \vee xSi y$. Тогда легко показать, что (1*) и (2*) — теоремы в V_0 . Что касается высказывания (3*), то вместо него теоремой в V_0 является следующее более слабое высказывание

$$\forall xy(Rx \ \& \ xNAy \ \& \ x \neq y \rightarrow Sy). \quad (3^{**})$$

Высказывания (1*), (2*), (3**) следует воспринимать как уточнение аксиоматики (1*)–(3*).

3. Следуя [4], пары $T_{Si} = (Si, V)$, $T_B = (B, V)$ можно было бы рассматривать как две теории *возможных* (в смысле допустимых к рассмотрению) *времен*. Первую из них можно было бы назвать теорией *возможных обычных времен-мгновений*, вторую — теорией *возможных обычных времен-процессов*. При этом для любой модели N теории V , т.е. для любой алгебраической системы N из класса $\text{Mod}(V)$, пару $\tau_{Si} = (Si_N, N)$ мы могли бы назвать *возможным обычным временем-мгновением*, а пару $\tau_B = (B_N, N)$ — *возможным обычным временем-процессом*.

Однако теорию V не обязательно рассматривать как описание класса $\text{Mod}(V)$ всех своих моделей. Ее при желании можно рассматривать также как описание, аппроксимирующее сверху, любого собственного подкласса класса $\text{Mod}(V)$. В контексте данной статьи, подчеркнем, именно так и делается: V рассматривается как описание подкласса k_1 , класса $\text{Mod}(V)$. Кроме того, дополнительно мы считаем, что если N принадлежит k_1 , то пара $\tau_{Si} = (Si_N, N)$ — уже не просто возможное (просто допустимое к рассмотрению), но *претендующее на то, чтобы быть фактическим*, обычное время-мгновение, а пара $\tau_B = (B_N, N)$ — не просто возможное, но *претендующее на то, чтобы быть фактическим*, обычное время-процесс.

Поэтому, вновь следуя [4], мы говорим, что $T_{Si} = (Si, V)$ — *теория (предположительно фактических) обычных времен-мгновений*, или просто *теория времени-мгновения* а $T_B = (B, V)$ — *теория (предположительно фактических) обычных времен-процессов*, или просто *теория времени-процесса*.

Стоит специально указать на два следующих обстоятельства.

Схема аксиом (0) и аксиома (1) делают подтеорию V_1 теории V d -противоречивой (ω -противоречивой), если множество замкнутых термов в языке L_1 не пусто (считаю бесконечное) [5, р. 309–311]. Поэтому и теория времен-мгновений $T_{Si} = (Si, V)$, и теория времен-процессов $T_B = (B, V)$ таковы, что, если язык L_1 имеет непустое (считаю бесконечное) множество замкнутых термов, то их общая составляющая V является d -противоречивой (ω -противоречивой). Мы говорим в этом случае, что обе теории времени T_{Si} и T_B сами являются d -противоречивыми

(ω -противоречивыми). Это — первое обстоятельство, которое стоит подчеркнуть.

Второе обстоятельство заслуживающее специального упоминания, состоит в том, что в терминологии [4] теория T_{Si} времени-мгновения является теорией *ненаправленного* времени, а теория T_B времени-процесса является теорией *направленного* времени. Иными словами, речь идет о том, что в аксиоматической системе V предикатный символ Si является ненаправленным, а предикатный символ B — направленным.

Ненаправленность в V предикатного символа Si — прямое следствие предполагаемой непротиворечивости V и того факта, что V содержит аксиому (10).

Направленность в V предикатного символа B устанавливается несколько сложнее.

Пусть $W(V) = \text{Cn}(V \cup V' \cup V'')$, где $\text{Cn}(A)$ обозначает дедуктивное замыкание множества предложений A , V' — аксиоматическая система, полученная переписыванием V с заменой B на новый (не принадлежащий языку L_1) двуместный предикатный символ Q ; V'' — множество, которое состоит из одного предложения $\forall xy(xQy \leftrightarrow yBx)$. По предположению, V непротиворечиво. Следовательно, чтобы установить направленность B в V , нужно доказать противоречивость $W(V)$.

Рассмотрим следующую цепочку логически эквивалентных преобразований:

$$\begin{aligned} & (Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px \& \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py) \& (\neg Py \& \\ & \& \neg Ry \rightarrow \neg Px \& \neg Rx) \equiv (\neg Rx \vee Py) \& (\neg Ry \vee (\neg Px \& \neg Rx)) \& \\ & \& (\neg Px \vee Py) \& (\neg(\neg Py \& \neg Ry) \vee (\neg Px \& \neg Rx)) \equiv (\neg Rx \vee Py) \& \\ & \& (\neg Ry \vee \neg Px) \& (\neg Ry \vee \neg Rx) \& (\neg Px \vee Py) \& ((Py \vee Ry) \vee \\ & \vee (\neg Px \& \neg Rx)) \equiv (\neg Rx \vee Py) \& (\neg Ry \vee \neg Px) \& (\neg Ry \vee \neg Rx) \& \\ & \& (\neg Px \vee Py) \& (Py \vee Ry \vee \neg Px) \& (Py \vee Ry \vee \neg Rx) \equiv \\ & \equiv (\neg Rx \vee Py) \& (\neg Ry \vee \neg Px) \& (\neg Ry \vee \neg Rx) \& (\neg Px \vee Py) \equiv \\ & \equiv (Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py). \end{aligned}$$

Так как начало этой цепочки — консеквент импликации в подкванторном выражении аксиомы (12), то она доказывает, что V принадлежит предложению

$$\forall xy(xBy \rightarrow [(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py)]),$$

а, стало быть, и предложение

$$\begin{aligned} \forall xy(\neg[(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& \\ \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py)] \rightarrow \neg xBy). \end{aligned} \quad (13)$$

Но тогда V' принадлежит предложение

$$\begin{aligned} \forall xy(\neg[(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& \\ \& (Px \rightarrow Py)] \rightarrow \neg xQy). \end{aligned} \quad (13')$$

Значит (13) и (13') — теоремы $W(V)$. Отсюда следует, что теоремой $W(V)$ является также предложение

$$\begin{aligned} \forall xy(\neg[(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow Rx) \& \\ \& (Px \rightarrow Py)] \rightarrow (\neg xBy \& \neg xQy)), \end{aligned}$$

а, стало быть, и предложение

$$\begin{aligned} \forall xy(\neg[(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& \\ \& (Px \rightarrow Py)] \rightarrow \neg(\neg xQy \rightarrow xBy)). \end{aligned} \quad (14)$$

С другой стороны, $W(V)$ принадлежит также предложение $\forall xy(xQy \leftrightarrow yBx)$. Поэтому, по лемме об эквивалентной замене, из предложения (14) мы заключаем, что $W(V)$ содержит теорему

$$\begin{aligned} \forall xy(\neg[(Rx \rightarrow Py) \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& \\ \& (Px \rightarrow Py)] \rightarrow \neg(\neg yBx \rightarrow xBy)). \end{aligned} \quad (15)$$

Теперь заметим, что аксиома (7) влечет

$$\forall xy(xBy \& yBx \rightarrow xBx), \quad (16)$$

а аксиомы (16) и (6) вместе дают

$$\forall xy(\neg yBx \rightarrow xBy). \quad (17)$$

Следовательно, аксиома (17) — также теорема $W(V)$. Из предложений (15) и (17) вытекает предложение $\forall xy[(Rx \rightarrow Py) \& \& (Ry \rightarrow \neg Px) \& (Ry \rightarrow \neg Rx) \& (Px \rightarrow Py)]$, которое, в свою очередь влечет следующую теорему $W(V)$

$$\begin{aligned} \forall x[(Rx \rightarrow Px) \& (Rx \rightarrow \neg Px) \& \\ \& (Rx \rightarrow \neg Rx) \& (Px \rightarrow Px)]. \end{aligned} \quad (18)$$

Из (18) следует, что $W(V)$ принадлежит предложение $\forall x \neg Rx$, которое противоречит предложению $\exists x Rx$, вытекающему из аксиом (1) и (2). Таким образом, система $W(V)$ противоречива, а предикатный символ B направлен в V .

Стало быть, какова бы ни была теория $T_B = (B, V)$ в остальных оставшихся неопределенными деталях, она, во всяком случае, гарантирует, что любое фактическое обычное время-процесс является направленным. Точно так же, какова бы ни была в остальном теория $T_{Si} = (Si, V)$, она, во всяком случае, гарантирует, что любое фактическое обычное время-мгновение является ненаправленным.

4. О каких «оставшихся неопределенными» деталях теорий T_B и T_{Si} идет речь? Частичный ответ состоит в том, что, помимо обычного времени, мы осознаем еще и так называемые «специальные» времена. Имеется в виду времена: математическое, физическое, психологическое, психическое и т.д. [6]. Поэтому естественно считать, что в сигнатуру $\sigma_1 = (S, P, R, Eqo, Si, B, \dots)$ языка L_1 должны входить помимо Si, B еще и какие-то другие двуместные предикатные символы, скажем $Si_1, B_1, Si_2, B_2, Si_3, B_3, Si_4, B_4$ и т.д., интерпретируемые как отношение математической, физической, психологической, психической и т.д. одновременности и строгого предшествования. Аксиомы системы V , управляющие этими символам, должны при этом не просто непротиворечиво расширять V_1 (и, следовательно, V_0), но как-то более тесно связывать $Si_1, B_1, Si_2, B_2, Si_3, B_3, Si_4, B_4$, и т.д. с S, P, R, Eqo, Si , и B . Ибо в противном случае трудно было бы объяснить, почему каждый из нас эмоционально неравнодушен к тому, например, какими свойствами обладает физическое время.

Конкретный вид аксиом, о которых только что шла речь — это и есть упомянутые неопределенные детали системы V , а, стало быть, и неопределенные детали теорий $T_B = (B, V)$ и $T_{Si} = (Si, V)$. Выяснение этих деталей требует дополнительных исследований. По мере продвижения такой работы можно будет говорить о теориях «специальных» времен: $T_{B_1} = (B_1, V)$ и $T_{Si_1} = (Si_1, V)$; $T_{B_2} = (B_2, V)$ и $T_{Si_2} = (Si_2, V)$; $T_{B_3} = (B_3, V)$ и $T_{Si_3} = (Si_3, V)$; $T_{B_4} = (B_4, V)$ и $T_{Si_4} = (Si_4, V)$; и т.д.

Л и т е р а т у р а

1. САМОХВАЛОВ К.Ф. К вопросу о природе времени // Модели когнитивных процессов. — Новосибирск, 2001. — Вып. 168: Вычислительные системы. — С. 90–95.
2. САМОХВАЛОВ К.Ф. Предикаты существования и «онтологический аргумент» // Логические исследования. — М., 1999. — Вып. 6. — С. 276–286.
3. САМОХВАЛОВА В.К. О методологических особенностях философской антропологии как прикладной науки // Методологические аспекты когнитивных процессов. — Новосибирск, 2002. — Вып. 172: Вычислительные системы. — С. 61–73.
4. САМОХВАЛОВ К.Ф. О терминологии в философских исследованиях направления времени // Методологические аспекты когнитивных процессов. — Новосибирск, 2002. — Вып. 172: Вычислительные системы. — С. 56–60.
5. GRZEGORCZYK A. An Outline of Mathematical logic. — Warszawa: PWN-Polish Scientific Publishers, 1974. — 596 p.
6. ТИМОФЕЕВА М.К. Психологическое время // Методологические аспекты когнитивных процессов. — Новосибирск, 2002. — Вып. 172: Вычислительные системы. — С. 135–149.

Поступила в редакцию
21 ноября 2003 года