

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ  
**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА**  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
**(ИМ СО РАН)**

**Протокол № 2**

заседания Учёного совета ИМ СО РАН

от 26 декабря 2024 года

**Председатель Учёного совета:** чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. А.Е. Миронов

**Секретарь Учёного совета:** к.ф.-м.н. Н.А. Даурцева

**Общее число членов Ученого совета:** 28

**Присутствовало на заседании:** 24

**Присутствовали очно:** к.ф.-м.н. Н.В. Абросимов, д.ф.-м.н. П.Е. Алаев, д.ф.-м.н. В.А. Александров, д.ф.-м.н. В. Л. Береснев, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. А.Ю. Веснин, д.ф.-м.н. И.Б. Горшков, к.ф.-м.н. Н.А. Даурцева, д.ф.-м.н. А.Г. Качуровский, д.ф.-м.н. О.И. Криворотько, д.ф.-м.н. Ю.Ю. Линке, д.ф.-м.н. В.И. Лотов, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. А.Е. Миронов, к.ф.-м.н. Н.С. Новиков, к.ф.-м.н. Е.И. Прокопенко, к.ф.-м.н. П.С. Рузанкин, чл.-корр. РАН Ю.Л. Трахинин, д.ф.-м.н. Д.Л. Ткачёв.

**Присутствовали дистанционно:** д.ф.-м.н. В. Б. Бериков, д.ф.-м.н. А. В. Еремеев, д.т.н. С.В. Зыкин, д.ф.-м.н. А.В. Пяткин, чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. В.Г. Романов, к.ф.-м.н. А.Н. Рыбалов, д.ф.-м.н. С. В. Судоплатов

А.Е. Миронов вручил награды сотрудникам ИМ СО РАН: М.В. Швидефски (медаль к 300-летию РАН, почётная грамота РАН, почётная грамота СО РАН), А.В. Плясунову (медаль к 300-летию РАН, почётная грамота РАН), Э.В. Арбузову (почётная грамота РАН).

Слушали: А.Е. Миронов рассказал о содержании совещания в Министерстве науки и высшего образования РФ. В частности, сообщил что В.Н. Фальков

призвал Институты учитывать необходимость государства в прикладных разработках.

А.Е. Миронов сообщил, что из 28 членов Учёного совета присутствует 24, кворум имеется и предложил утвердить повестку дня:

1. Утверждение отчетов НИР по темам государственного задания за 2024 год.
2. Вопросы, касающиеся деятельности аспирантуры
3. Разное
  - 3.1 Изменения в редколлегии СЭМИ.
  - 3.2 О премиальных выплатах по итогам года.
  - 3.3 О создании в ИМ СО РАН “Центра прикладной математики”.

Постановили: утвердить повестку дня (единогласно).

**Первый вопрос повестки дня:** Утверждение отчетов НИР по темам государственного задания за 2024 год.

Слушали: Н.А. Даурцева сообщила, что плановые показатели на 2024 год по темам государственного задания достигнуты (Приложение 1), с допустимым отклонением. Некоторые статьи еще выходят и в январе могут быть добавлены в отчёты. Загрузка отчётов в систему Гиснаука.рф должна быть завершена до 01.02.2025.

Вынесли вопрос об утверждении отчетов по темам НИР государственного задания на открытое голосование.

Постановили: утвердить отчёты по государственному заданию за 2024 год (единогласно).

**Второй вопрос повестки дня:** Вопросы, касающиеся деятельности аспирантуры.

Слушали Н.А. Даурцева сообщила, что замечания, сделанные на прошлом Учёном совете по программам кандидатского экзамена и доп. программам к кандидатскому экзамену были учтены разработчиками (Приложение 2).

Обсуждали: по программе кандидатских экзаменов были высказаны замечания об ограничении продолжительности экзамена по времени – в 1 час. В.А. Александров предложил внести изменения и сделать продолжительность равной 2 часа. Также И.Б. Горшков предложил внести изменения в описание процедуры сдачи экзамена. Принимать разные части в разные дни.

Постановили: утвердить программы с учётом предложенных изменений. Поручить Качалиной А.А. выяснить природу требований к продолжительности экзамена, внести необходимые правки.

Слушали Н.А. Даурцева сообщила, что у аспиранта А.Л. Евтягина из Омского филиала сменился руководитель и теперь его надо утвердить, так как это кандидат наук, а именно к.ф.-м.н. И.А. Зубарева.

Обсуждали А.Ю. Веснин уточнил, что И.А. Зубарева кандидат наук по специальности “Геометрия и топология”, а аспирант планирует защищаться по специальности “Математическая логика, алгебра теория чисел и дискретная математика”. А.В. Еремеев пояснил, что работа А.Л. Евтягин работает на стыки геометрии и алгебры, его работа посвящена группам и алгебрам Ли, а И.А. Зубарева имеет достаточно много работ по данной тематике.

Вынесли вопрос об утверждении к.ф.-м.н. И.А. Зубаревой научным руководителем аспиранта А.Л. Евтягина на открытое голосование.

Постановили: утвердить к.ф.-м.н. И.А. Зубареву научным руководителем аспиранта А.Л. Евтягина (единогласно).

Слушали Н.А. Даурцева напомнила, что на прошлом заседании Учёного совета было отложено утверждение тем аспирантам, работающим под руководством к.ф.-м.н. К.Г. Гадьлышина. Кирилл Геннадьевич уточнил формулировки тем, согласовал их с академиком РАН В.Г. Романовым:

Год обучения	ФИО аспиранта	Дата зачисления	Спец-ть	Научный руководитель	Тема научно-исследовательской работы
1	Братчиков Денис Сергеевич	01.09.2024	1.1.6.	Гадьлышин Кирилл Геннадьевич к.ф.-м.н, СИС	Изучение разрешающей способности и информативности метода обращения полного волнового поля для анизотропной среды с поглощением на основе SVD-анализа оператора прямой задачи
1	Рыжков Данил Валерьевич	01.09.2024	1.1.6.	Гадьлышин Кирилл Геннадьевич к.ф.-м.н, СИС	Изучение регулярности оператора прямой задачи для анизотропных сред с поглощением: непрерывность, дифференцируемость по Фреше, существование и свойства гессиана

Вынесли вопрос об утверждении тем на открытое голосование.

Постановили: утвердить темы аспирантов Братчикова Д.С. и Рыжкова Д.В. в предложенной формулировке.

**Третий вопрос повестки дня:** Разное.

1) Изменения в редколлегии СЭМИ.

Слушали: Ю.Л. Трахинин сообщил, что для усиления разделов "Дискретная математика и математическая кибернетика" и "Вычислительная математика" журнала "Сибирские электронные математические известия", предлагается ввести в состав редколлегии Кочетова Юрия Андреевича (г.н.с. ИМ СО РАН, д.ф.-м.н., профессор) и Хачая Михаила Юрьевича (г.н.с. ИММ УрО РАН, чл.-корр. РАН).

Вынесли вопрос о внесении данных изменений в состав редколлегии СЭМИ на открытое голосование.

Постановили: Ввести в состав редколлегии СЭМИ Кочетова Юрия Андреевича (г.н.с. ИМ СО РАН, д.ф.-м.н., профессор) и Хачая Михаила Юрьевича (г.н.с. ИММ УрО РАН, чл.-корр. РАН) (единогласно).

2) О премиальных (стимулирующих) выплатах научным работникам.

Слушали: А.Е. Миронов сообщил, что благодаря экономии бюджета в конце года планируются выплаты за важнейшие результаты Института в 2024 году и премиальные выплаты за статьи, подготовленные к опубликованию в 2024 году по темам государственного задания. ПЭО подсчитал возможные значения для выплат, они составили 36 000,00 руб. за важнейший результат (при наличии нескольких авторов из ИМ СО РАН у результата сумма делится на число авторов) и 9 550,00 руб. премиальной выплаты по итогам работы за 2024 год на основании данных, подготовленных отделом МОН, по публикационной результативности (подготовленную статью по теме ГЗ).

Вынесли вопрос об утверждении размера выплат на открытое голосование.

Постановили:

– Утвердить размер выплаты стимулирующего характера за интенсивность и высокие результаты работы за достижения, характеризующиеся высокими показателями (п.п.м. п.5.3.1.1. Положения об оплате труда работников ИМ СО РАН), а именно достижение важнейшего результата в 2024 году равным 36 000,00 руб. (единогласно)

– Утвердить размер премиальной выплаты по итогам работы за 2024 год (п.5.5.2.3 Положения об оплате труда работников ИМ СО РАН) за публикационную результативность равным 9 550,00 руб. (единогласно).

3) О создании в ИМ СО РАН “Центра прикладной математики”.

Слушали: А.Е. Миронов сообщил, что в Институте создаётся две новые лаборатории:

1. Лаборатория численного моделирования природных и антропогенных процессов в многомасштабных средах. Зав. лаб.: к.ф.-м.н. Гадыльшин К.Г.
2. Лаборатория стохастического моделирования и прикладного анализа.  
Зав. лаб.: д.ф.-м.н., профессор Сабельфельд К.К.

Вместе с уже имеющимися лабораториями прикладных обратных задач (зав. лаб.: к.ф.-м.н. Рузанкин П.С.) и ИИ-технологий математического моделирования биологических, социально-экономических процессов (зав. лаб.: д.ф.-м.н. Криворотько О.И.) они составят “Центр прикладной математики”.

Состав лаборатории численного моделирования природных и антропогенных процессов в многомасштабных средах:

1. Гадыльшин Кирилл Геннадьевич (зав.лаб., к.ф.-м.н.)
2. Братчиков Денис Сергеевич (мнс), аспирант 1й курс
3. Гадыльшина Ксения Александровна (мнс)
4. Манаев Алексей Андреевич (стажер), магистрант
5. Прохоров Дмитрий Игоревич (снс, к.ф.-м.н.)
6. Роменский Евгений Игоревич (гнс, д.ф.-м.н.)
7. Рыжков Данил Валерьевич (инженер-исследователь), аспирант 1й курс
8. Чепеленкова Вероника Дмитриевна (мнс), аспирант 1й курс

К.Г. Гадыльшин и Д.И. Прохоров переходят к нам на основное место работы, аспиранты и магистранты будут устроены в новую лабораторию стажёрами-исследователями.

Состав лаборатории стохастического моделирования и прикладного анализа:

1. Сабельфельд К.К., д.ф.-м.н., зав. лаб.
2. Шалимова И.А., к.ф.-м.н., снс
3. Киреева А.Е., к.ф.-м.н., снс
4. Каблукова Е.Г., к.ф.-м.н., снс
5. Аксюк И.А., аспирант

6. Шафигулин И.А., магистрант
7. Маркевич М.Ю., магистрант
8. Прокопьев А.М., магистрант

К.К. Сабельфельд переходит в наш институт, с кандидатами наук из его группы пока ведутся переговоры, аспиранты и магистранты будут устроены в новую лабораторию стажёрами-исследователями.

Территориально планируется разместить новые лаборатории в отремонтированном модуле.

Обсуждали: особенности работы и функционал новых структурных подразделений.

Секретарь Учёного совета

Н.А. Даурцева

Председатель Учёного совета

А.Е. Миронов

## Информация о выполнении плановых показателей на 2024 по темам государственного задания

Тема	Число исп.	WoS+Scopus		Количество научных публикаций (всего)		Доклады		Патенты, свид.
		план	факт	план	факт	план	факт	факт
Фундаментальные проблемы теории групп, теории колец и алгебр и их приложения, <i>рук. Гречкосеева М.А.</i>	19/20	24	29	26	29	13	22	-
Логические исчисления и семантики, теории моделей и вычислимости, <i>рук. Гончаров С.С.</i>	14	13	18	14	22	7	33	
Геометрия, динамические системы и их приложения, <i>рук. Тайманов И.А.</i>	13/14	13	21	14	23	7	35	-
Геометрическая теория функций и ее применение в теории многообразий и качественной теории дифференциальных уравнений, <i>рук. Медных А.Д.</i>	9/10	9	10	9	12	5	24	
Теория дифференциальных уравнений и приложения, <i>рук. Трахинин Ю.Л.</i>	26/25	24	30	26	30	13	32	
Математические модели и методы анализа данных, распознавания образов, прогнозирования и аппроксимации, <i>рук. Бериков В.Б.</i>	17/18	13	12+5	16	15+5	8	23	
Геометрический анализ на метрических структурах и его применения, <i>рук. Водопьянов С.К.</i>	15/14	14	21	15	24	7	13	
Классификационные вопросы	11/12	13	14	14	18	7	9	

синтаксиса и семантики логических систем, <i>рук. Морозов А.А.</i>								
Модели и алгоритмы дискретной оптимизации для проектирования и управления сложными системами, <i>рук. Еремеев А.В.</i>	<b>13/14</b>	<b>7</b>	<b>7+1</b>	<b>8</b>	<b>7+1</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>1</b>
Построение точных и приближенных алгоритмов для решения дискретных экстремальных задач, <i>рук. Береснев В.Л.</i>	<b>30/25</b>	<b>27</b>	<b>27</b>	<b>30</b>	<b>27</b>	<b>15</b>	<b>24</b>	
Универсальная алгебраическая геометрия: теоретико-модельный, алгоритмический и вероятностный подход к изучению алгебраических систем, <i>рук. Трейер А.В.</i>	<b>16/15</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>13</b>	<b>17</b>	<b>6</b>	<b>20</b>	<b>-</b>
Модели и методы обработки данных для поддержки процессов принятия решений, <i>рук. Зыкин С.В.</i>	<b>12/13</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>15</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	
Квантовая теория поля и исследование физических процессов в рамках Стандартной модели и за её пределами, <i>рук. Ачасов Н.Н.</i>	<b>6/5</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	
Обратные задачи естествознания и задачи томографии, <i>рук. Романов В.Г.</i>	<b>20/20</b>	<b>20</b>	<b>24</b>	<b>22</b>	<b>29</b>	<b>10</b>	<b>25</b>	
Асимптотические свойства случайных процессов и их приложения, <i>рук. Лотов В.И.</i>	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	<b>8</b>	
Актуальные проблемы алгебраической теории графов, <i>рук. Августинович С.В.</i>	<b>19/18</b>	<b>18</b>	<b>17+1</b>	<b>18</b>	<b>17+1</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	
Теория, методы и приложения	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>13</b>	<b>17</b>	<b>6</b>	<b>+</b>	<b>3/2</b>



обратных задач и статистического анализа, <i>рук. Шишенин М.А.</i>								
Обратные некорректные задачи и машинное обучение в биологических, социально-экономических и экологических процессах, <i>рук. Кривортько О.И.</i>	<b>15/11</b>	<b>6</b>	<b>5+2(на рец.)</b>	<b>7</b>	<b>8+2(на рец.)</b>	<b>5</b>	<b>19</b>	<b>2/2</b>

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА**  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИМ СО РАН)

УТВЕРЖДАЮ

И.о. директора ИМ СО РАН

\_\_\_\_\_ А.Е. Миронов  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024

**ПРОГРАММА**

кандидатского экзамена по научной специальности  
**1.1.5. «Математическая логика, алгебра теория чисел и  
дискретная математика»**

Новосибирск 2024

# ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

## 1.1.5. «Математическая логика, алгебра теория чисел и дискретная математика»

по физико-математическим наукам

### **1. Область применения и нормативные ссылки**

Настоящая программа разработана в соответствии с Программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 1.1.5. «Математическая логика, алгебра теория чисел и дискретная математика» и Паспорта научной специальности 1.1.5. «Математическая логика, алгебра теория чисел и дискретная математика»

### **2. Структура кандидатского экзамена**

**Форма проведения испытания:** экзамен проводится в устной форме.

**Продолжительность испытания:** не более одного часа.

**Структура кандидатского экзамена:** экзамен проводится в виде беседы в свободной форме. Экзаменуемый выбирает 2 части из 4 частей настоящей Программы. Экзаменаторы выбирают по одному вопросу из каждой выбранной экзаменуемым части и 1 вопрос по теме диссертационного исследования экзаменуемого. В ходе беседы члены комиссии могут задавать уточняющие вопросы.

**Требования к оборудованию:** В случае очной сдачи экзамена, наличие специального оборудования от экзаменуемого не требуется.

В случае согласования дистанционной сдачи экзамена от экзаменуемого требуется обеспечить себя устройством, позволяющим подключиться к дистанционному экзамену, камерой, микрофоном, интернетом и устройством с графическим редактором, позволяющим делать письменные заметки по запросу комиссии.

### **Оценка уровня знаний (баллы):**

Каждый из двух вопросов в билете оценивается комиссией по десятибалльной шкале (0-10). Ответ по теме диссертационного исследования так же оценивается по десятибалльной шкале (0-10). Общая оценка за экзамен по десятибалльной шкале (0-10) выставляется как среднее арифметическое этих трех оценок. Округление арифметическое.

Критерии оценки каждого вопроса из билета	Количество баллов
ответ полный, без замечаний, продемонстрированы исключительные знания по вопросу	10
ответ полный, с незначительными замечаниями, продемонстрированы отличные знания по вопросу	8-9
ответ полный, имеются замечания, продемонстрированы хорошие знания по вопросу	6-7

вет неполный, имеются замечания, продемонстрированы удовлетворительные знания по вопросу	4-5
Ответ неполный, имеются существенные замечания	1-3
Ответ не дан	0
Критерии оценки презентации	Кол-во баллов
Постановка задачи корректна и понятна	0-2
Цели исследования корректны и понятны	0-2
Кандидат продемонстрировал знание области своего диссертационного исследования (литература, методы, результаты)	0-6

Итоговая оценка выставляется по пятибалльной шкале («неудовлетворительно» – «отлично») по следующему принципу пересчета:

- «отлично» — 8-10 баллов (по 10-балльной шкале);
- «хорошо» — 6-7 баллов (по 10-балльной шкале);
- «удовлетворительно» — 4-5 баллов (по 10-балльной шкале);
- «неудовлетворительно» — 0-3 балла (по 10-балльной шкале).

### 3. Содержание программы

#### Введение

1. В основу настоящей программы положены следующие дисциплины: математическая логика; алгебра; теория чисел и дискретная математика.
2. Программа разработана экспертным советом Высшей аттестационной комиссии Министерства образования Российской Федерации по математике и механике при участии Математического института им. В.А. Стеклова РАН и Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова.

#### 1. Математическая логика и теория алгоритмов

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.
2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы.
3. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства.
4. Классы  $P$  и  $NP$ . Полиномиальная сводимость и  $NP$ -полные задачи. Теорема об  $NP$ -полноте задачи ВЫПОЛНИМОСТЬ.
5. Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы.

6. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.
9. \* Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.
10. \*Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Теорема о полноте теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности.
11. Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка.
12. Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства).
13. \*Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике.
14. \*Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.
15. \*Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.

## 2. Алгебра

1. Теоремы Силова.
2. Простота группы  $A_n$ ,  $n \geq 5$  и  $SO_3$ .
3. Теорема о конечно порожденных модулях над евклидовым кольцом и ее следствия для групп и линейных операторов.
4. Свободные группы и определяющие соотношения.
5. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа.
6. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы.
7. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности.
8. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса.
9. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.
10. Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Теорема Биркгофа-Витта.
11. \*Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности.
12. \*Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа.
13. \*Решетки. Дедекиндовы решетки. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

## 3. Теория чисел

1. Квадратичный закон взаимности.
2. Первообразные корни и индексы.
3. Неравенства Чебышева для функции  $\pi(x)$ .
4. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.
5. Характеры и  $L$ -функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.

6. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
7. \*Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена.
8. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
9. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.
10. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.

#### **4. Дискретная математика**

1. Многозначные логики. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций алгебры логики. Алгоритм распознавания полноты систем функций  $k$ -значной логики. Теоремы Слупецкого и Яблонского. Особенности  $k$ -значных логик.
2. Автоматы. Регулярные события и их представление в автоматах. Эксперименты с автоматами. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.
3. Вычислимые функции. Эквивалентность класса рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях.
4. Элементы комбинаторного анализа. Основные комбинаторные числа. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
5. Графы и сети. Оценки числа графов и сетей различных типов. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов. Необходимые условия планарности в теореме Понтрягина-Куратовского (без доказательства достаточности). Экстремальная теория графов. Теорема Турана. Теорема Рамсея.
6. Самокорректирующиеся коды. Граница упаковки. Коды Хемминга, исправляющие единичную ошибку. Конечные поля и их основные свойства. Коды Боуза-Чоудхури-Хоквингема. Коды Рида-Маллера.
7. Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока. Теорема о целочисленности. Теорема Кенига-Эгервари. Теорема Холла. Теорема Дилуорса.
8. Задачи целочисленного линейного программирования и алгоритмы их решения. Метод Гомори. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера. Сводимость комбинаторных проблем. Классы сложности  $P$  и  $NP$ . Приближенные методы решения  $NP$ -трудных задач.

#### **Основная литература**

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. 2-е изд. М.: Наука, 1987.
3. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. 2-е изд. М.: Наука, 1986.
4. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. М.: Наука, 1984.
5. Новиков П.С. Элементы математической логики. 2-е изд. М.: Наука, 1973.

6. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980.
7. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. М.: Наука, 1976.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры алгебры. М.: Физматлит, 2000.
9. Винберг Э.Б. М. Курс алгебры. М.: Факториал Пресс, 2001.
10. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
11. Мальцев А.И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970.
12. Ленг С. Алгебра. М.: Мир, 1968.
13. Джекобсон Н. Алгебры Ли. М.: Мир, 1964.
14. Боревиц З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. М.: Наука, 1985.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1981.
16. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. М.: Изд-во МГУ, 1995.
17. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. М.: Наука, 1983.
18. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. М.: Наука, 1985.
19. Коробков Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. М.: Наука, 1989.
20. Серр Ж.П. Курс арифметики. М.: Мир, 1972.
21. Чандрасекхаран К. Введение в аналитическую теорию чисел. М.: Мир, 1974.
22. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2001.
23. Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
24. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980
25. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990.
26. Мак Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки. М.: Связь, 1979.
27. Форд Л., Фалкерсон Р. Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.
28. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. М.: Наука, 1985.
29. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.

Составители программы:

главный научный сотрудник ИМ СО РАН,  
д.ф.-м.н., профессор Пяткин Артем Валерьевич

ведущий научный сотрудник ИМ СО РАН,  
д.ф.-м.н. Горшков Илья Борисович

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
**ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА**  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
**(ИМ СО РАН)**

УТВЕРЖДАЮ

И.о. директора ИМ СО РАН

\_\_\_\_\_ А.Е. Миронов

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2024

**ПРОГРАММА**

кандидатского экзамена по научной специальности

1.1.6. Вычислительная математика

Новосибирск

2024



**ПРОГРАММА-МИНИМУМ**  
кандидатского экзамена по специальности  
**1.1.6. «Вычислительная математика»**  
по физико-математическим наукам

**1. Область применения и нормативные ссылки**

Настоящая программа разработана в соответствии с Программой-минимум кандидатского экзамена по специальности 1.1.6. «Вычислительная математика» и Паспорта научной специальности 1.1.6. «Вычислительная математика»

**2. Структура кандидатского экзамена**

**Форма проведения испытания:** экзамен проводится в устной форме.

**Продолжительность испытания:** не более одного часа.

**Структура кандидатского экзамена:** экзамен проводится в виде беседы в свободной форме по выбранным экзаменуемым двум пунктам программы из части 3 настоящей Программы и 1 вопрос по теме диссертационного исследования экзаменуемого. В ходе беседы члены комиссии могут задавать уточняющие вопросы.

**Требования к оборудованию:** В случае очной сдачи экзамена, наличие специального оборудования от экзаменуемого не требуется.

В случае согласования дистанционной сдачи экзамена от экзаменуемого требуется обеспечить себя устройством, позволяющим подключиться к дистанционному экзамену, камерой, микрофоном, интернетом и устройством с графическим редактором, позволяющим делать письменные заметки по запросу комиссии.

**Оценка уровня знаний (баллы):**

Каждый из двух вопросов в билете оценивается комиссией по десятибалльной шкале (0-10). Ответ по теме диссертационного исследования так же оценивается по десятибалльной шкале (0-10). Общая оценка за экзамен по десятибалльной шкале (0-10) выставляется как среднее арифметическое этих трех оценок. Округление арифметическое.

Критерии оценки каждого вопроса из билета	Количество баллов
Ответ полный, без замечаний, продемонстрированы исключительные знания по вопросу	10
Ответ полный, с незначительными замечаниями, продемонстрированы отличные знания по вопросу	8-9
Ответ полный, имеются замечания, продемонстрированы хорошие знания по вопросу	6-7
Ответ неполный, имеются замечания, продемонстрированы удовлетворительные знания по вопросу	4-5

Ответ неполный, имеются существенные замечания	1-3
Ответ не дан	0
Критерии оценки презентации	Количество баллов
Постановка задачи корректна и понятна	0-2
Цели исследования корректны и понятны	0-2
Экзаменуемый продемонстрировал знание области своего диссертационного исследования (литература, методы, результаты)	0-6

Итоговая оценка выставляется по пятибалльной шкале («неудовлетворительно» – «отлично») по следующему принципу пересчета:

- «отлично» — 8-10 баллов (по 10-балльной шкале);
- «хорошо» — 6-7 баллов (по 10-балльной шкале);
- «удовлетворительно» — 4-5 баллов (по 10-балльной шкале);
- «неудовлетворительно» — 0-3 балла (по 10-балльной шкале).

### **3. Содержание программы**

#### **1. Функциональный анализ**

1. Метрические, нормированные, гильбертовы пространства. Метрические пространства. Непрерывные отображения. Компактные множества.

2. Принцип сжатых отображений, методы последовательных приближений и их приложения. Линейные, нормированные, банаховы и гильбертовы пространства.

3. Сильная и слабая сходимости. Задача о наилучшем приближении. Наилучшее равномерное приближение. Минимальное свойство коэффициентов Фурье.

4. Линейные функционалы и операторы. Непрерывные линейные операторы. Норма и спектральный радиус оператора.

5. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее приложения. Теорема Рисса о представлении линейного ограниченного функционала (для гильбертова пространства). Спектр оператора.

6. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов, решения уравнений и нахождения собственных значений (методы Ритца, Бубнова-Галеркина, наименьших квадратов).

7. Дифференцирование нелинейных операторов, производные Фреше и Гато.

#### **2. Задачи математической физики**

1. Математические модели физических задач, приводящие к уравнениям математической физики. Основные уравнения математической физики; постановки задач. Корректно и некорректно поставленные задачи.

2. Дивергентная форма записи эллиптического оператора. Понятие об обобщенном решении. Основные свойства гармонических функций (формулы Грина, теоремы о среднем, принцип максимума). Фундаментальное решение и функция Грина для уравнения Лапласа.

3. Задача Коши. Задача Коши для уравнения теплопроводности и уравнения колебаний (в одномерном и многомерном случаях).

4. Фундаментальные решения. Характеристики. Понятие об обобщенных решениях. Обобщенные решения смешанных задач для уравнений параболического и гиперболического типов; существование, единственность и непрерывная зависимость от данных задачи.

### 3. Численные методы

1. Численные методы алгебры. Прямые и итерационные методы решения систем линейных уравнений с полными матрицами и матрицами специального вида.

2. Чебышевские одношаговые итерационные методы. Оптимальный набор чебышевских параметров и вычислительная устойчивость. Методы спуска и метод сопряженных градиентов.

3. Общие свойства систем ортогональных многочленов. Многочлены Лежандра и Чебышева, их свойства и приложения. Интерполяционные многочлены. Выбор узлов интерполяции.

4. Быстрое дискретное преобразование Фурье.

5. Интерполяционные формулы. Многочлен Лагранжа, оценка погрешности. Применение многочленов Лагранжа для численного дифференцирования и интегрирования.

6. Квадратурные формулы. Формулы Ньютона-Котеса, оценка погрешности. Задача оптимизации квадратуры. Квадратурные формулы гауссовского типа. Многомерные квадратурные формулы. Интегрирование сильно осциллирующих функций.

7. Построение и анализ погрешности разностных формул для вычисления производных.

8. Применение сеток, сгущающихся в области больших градиентов, при построении разностных схем.

9. Интерполяция сплайнами. Квадратичный сплайн. Кубический сплайн. Построение и оценка погрешности.

10. Численные методы решения задачи Коши. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Устойчивость и оценка погрешности.

11. Разностные схемы для краевых задач в случае обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Оценка погрешности, сходимость и устойчивость. Метод прогонки.

12. Разностные схемы для решения дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами. Понятие о жестких системах обыкновенных дифференциальных уравнений и методах их решения.

13. Разностные и вариационно-разностные методы решения уравнений математической физики. Основные понятия (аппроксимация, устойчивость, сходимость).

14. Методы построения разностных схем (метод сеток, интегро-интерполяционный метод, вариационно-разностные и проекционно-разностные методы).

15. Метод Галеркина, метод конечных элементов, метод аппроксимации квадратичного функционала; их применение к решению краевых и начально-краевых задач для эллиптических и параболических уравнений. Оценка порядка аппроксимации и сходимости.

16. Двухслойные и трехслойные схемы, оценка погрешности и устойчивость.

17. Экономичные методы решения нестационарных многомерных задач; методы решения нелинейных уравнений. Дивергентные и монотонные разностные схемы. Схемная и искусственная вязкость.

18. Методы решения сеточных уравнений. Прямые методы (прогонки, быстрого дискретного преобразования Фурье, циклической редукции). Метод последовательной верхней релаксации, попеременно-треугольный метод.

19. Методы расщепления и переменных направлений. Оценки скорости сходимости.

20. Понятие о методах решения обратных и некорректных задач. Применение методов регуляризации, минимизации сглаживающего функционала и итерационных методов для решения плохо обусловленных систем линейных алгебраических уравнений.

### Литература

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. 6-е изд. – М.: Изд-во МГУ, 1999.
- [2] Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981.
- [3] Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1980.
- [4] Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. 4-е изд. – М.: Физматлит, 2000.
- [5] Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1977.
- [6] Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. – М.: Наука,
- [7] Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1982.
- [8] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Физматлит, 2001.
- [9] Марчук Г.М. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1977.
- [10] Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. 2-е изд. – М.: Наука, 1977.
- [11] Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978.
- [12] Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач. – М.: Изд-во МГУ, 1994.
- [13] Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1976.
- [14] Мысовских И.П. Интерполяционные кубатурные формулы. – М.: Наука, 1981.
- [15] Ильин В.П. Методы конечных разностей и конечных объемов для эллиптических уравнений. – Новосибирск: ИВМиМГ, 2001.

Составитель программы:  
главный научный сотрудник ОФ ИМ СО РАН,  
д.ф.-м.н. Задорин Александр Иванович

**Дополнительная программа к кандидатскому экзамену  
по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория  
чисел и дискретная математика»  
аспиранта ИМ СО РАН Бучинского Ивана Михайловича**

**Тема:** Уравнения над двуступенно нильпотентными группами.

Вопросы:

1. Основы универсальной алгебраической геометрии. Нетеровость по уравнениям. Аппроксимируемость и дискриминируемость алгебраических систем. Объединяющие теоремы. [1]
2. Степенные группы (по М.Г. Амаглобели, А.Г. Мясникову, В.Н. Ремесленникову), степенные группы по Холлу, пополнение Мальцева. [3, 10, 13]
3. Генерические алгоритмы. Метод генерической амплификации. Примеры. [11, 12]
4. Элементарная эквивалентность алгебраических систем. Игра Эйренфойхта-Фраиссе. Критерии элементарной эквивалентности. Проблема Тарского. [8, 9]
5. Сплетения групп. Вложение Магнуса. [3]
6. 10-я проблема Гильберта. Неразрешимость диофантовой проблемы над целыми числами. [7]
7. Уравнения в нильпотентных группах. Интерпретация диофантовых уравнений в свободных нильпотентных группах достаточно большой степени нильпотентности и неразрешимость проблемы совместности уравнений в них [13].
8. Универсальная эквивалентность алгебраических систем. Критерии универсальной эквивалентности. Описание групп экзистенциально эквивалентных свободной группе. [1, 6]
9. Квазигруппы. Лупы. Муфанговы лупы. Определения. Примеры. Основные результаты [5]
10. Предел Фраиссе. Ультраоднородные структуры. Граф Радо. [9]

Используемая литература:

1. Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г., Ремесленников В.Н. «Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами», изд-во ИМ СО РАН, Новосибирск 2016
2. Холл М. Теория групп, 1962
3. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.М., «Основы теории групп», Москва 1982
4. Линдон Р., Шупп П. Комбинаторная теория групп. — М.: Мир, 1980
5. Белоусов В.Д. «Основы теории квазигрупп и луп» — М.: Наука, 1967. — 224с.
6. Ремесленников В.Н., «Э-свободные группы», Сиб. матем. журн., 30:6 (1989), 193–197; Siberian Math. J., 30:6 (1998), 998–1001
7. Матиясевич Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993.

8. Marker D., «Model Theory: An Introduction», Springer, 2002.
9. Hodges W., «Model theory», Cambridge, 1993.
10. Мясников А.Г., Ремесленников В.Н., «Степенные группы. I: основы теории и тензорные пополнения», Сиб. матем. журн., 35:5 (1994), 1106–1118; Siberian Math. J., 35:5 (1994), 986–996
11. Karovich I., Miasnikov A., Schupp P., and Shpilrain V. Generic-case complexity, decision problems in group theory and random walks. J. Algebra, 2003, vol. 264, no. 2, pp. 665–694.  
A. Rybalov, A. Myasnikov, «Generic complexity of undecidable problems», Journal of Symbolic Logic, 73:2 (2008), 656-673
12. Philip Hall, Nilpotent groups// Matematika - 1968 - 12, 1 - p. 3–36.
13. В. А. Романьков, О неразрешимости проблемы эндоморфной сводимости в свободных нильпотентных группах и в свободных кольцах. Алгебра и логика, 16:4 (1977), 457–471.

**Дополнительная программа к кандидатскому экзамену  
по специальности 1.1.5 «Математическая логика, алгебра, теория  
чисел и дискретная математика»  
аспиранта ИМ СО РАН Евтягина Анатолия Леонидовича**

**Тема:** Некоторые вопросы теории групп.

Вопросы:

1. Основы универсальной алгебраической геометрии. Нетеровость по уравнениям. Аппроксимируемость и дискриминируемость алгебраических систем. Объединяющие теоремы. [1]
2. Степенные группы (по М.Г. Амаглобели, А.Г. Мясникову, В.Н. Ремесленникову), степенные группы по Холлу, пополнение Мальцева. [3, 10, 13]
3. Генерические алгоритмы. Метод генерической амплификации. Примеры. [11, 12]
4. Элементарная эквивалентность алгебраических систем. Игра Эйренфойхта-Фраиссе. Критерии элементарной эквивалентности. Проблема Тарского. [8, 9]
5. Сплетения групп. Вложение Магнуса. [3]
6. 10-я проблема Гильберта. Неразрешимость диофантовой проблемы над целыми числами. [7]
7. Универсальная эквивалентность алгебраических систем. Критерии универсальной эквивалентности. Описание групп экзистенциально эквивалентных свободной группе. [1, 6]
8. Квазигруппы. Лупы. Муфанговы лупы. Определения. Примеры. Основные результаты [5]
9. Группы Ли и дифференциальные уравнения. Алгебра симметрий дифференциальных уравнений [13].
10. Группы в алгебраической топологии. Фундаментальная группа, гомотопические группы [14-15].

Используемая литература:

13. Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г., Ремесленников В.Н. «Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами», изд-во ИМ СО РАН, Новосибирск 2016
14. Холл М. Теория групп, 1962
15. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.М., «Основы теория групп», Москва 1982
16. Линдон Р., Шупп П. Комбинаторная теория групп. — М.: Мир, 1980
17. Белоусов В.Д. «Основы теории квазигрупп и луп» — М.: Наука, 1967. — 224с.
18. Ремесленников В.Н., «Э-свободные группы», Сиб. матем. журн., 30:6 (1989), 193–197; Siberian Math. J., 30:6 (1998), 998–1001
19. Матиясевиц Ю.В. Десятая проблема Гильберта. – М.: Наука, 1993.
20. Marker D., «Model Theory: An Introduction», Springer, 2002.

21. Hodges W., «Model theory», Cambridge, 1993.
22. Мясников А.Г., Ремесленников В.Н., «Степенные группы. I: основы теории и тензорные пополнения», Сиб. матем. журн., 35:5 (1994), 1106–1118; Siberian Math. J., 35:5 (1994), 986–996
23. Karovich I., Miasnikov A., Schupp P., and Shpilrain V. Generic-case complexity, decision problems in group theory and random walks. J. Algebra, 2003, vol. 264, no. 2, pp. 665–694.
- A. Rybalov, A. Myasnikov, «Generic complexity of undecidable problems», Journal of Symbolic Logic, 73:2 (2008), 656-673
24. Philip Hall, Nilpotent groups// Matematika - 1968 - 12, 1 - p. 3–36.
13. Олвер П. Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям. – М. Мир, 1989.
14. Виро О.Я. и др. Элементарная топология. – М.: МЦНМО. 2023.
15. Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. Курс гомотопической топологии. – М.: Ленанд, 2024.



**Дополнительная программа к кандидатскому экзамену  
по специальности 1.1.6 «Вычислительная математика»**

аспиранта ОФ ИМ СО РАН  
Шагаева Сайрана Булатовича

**Тема:** Методы интерполяции функций при наличии пограничного слоя и их применение.

Вопросы:

1. Обоснование асимптотического приближения для решения ОДУ первого порядка с малым параметром при производной [1, глава 1], [2].
2. Сходимость разностной схемы для сингулярно возмущенного ОДУ первого порядка [2].
3. Виды пограничных слоев для сингулярно возмущенных ОДУ второго порядка [2], [3], [4, глава 2].
4. Двухсеточный метод для краевой задачи в случае ОДУ второго порядка [5], [6, глава 1].
5. Двухсеточный метод на сетке Бахвалова для сингулярно возмущенной эллиптической задачи [7], [6, глава 1].
6. Применение многочлена Лагранжа на сетке Шишкина для интерполяции функций при наличии погранслоя [8], [9, глава 1, параграф 1].
7. Применение многочлена Лагранжа на сетке Бахвалова для интерполяции функций при наличии погранслоя [10], [11].
8. Модификация многочлена Лагранжа для интерполяции функции с большими градиентами на равномерной сетке [12].
9. Построение и обоснование квадратурных формул для функций с большими градиентами в пограничном слое [12].
10. Формулы численного дифференцирования функций с большими градиентами [13].

Список используемой литературы:

1. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М.: Наука, 1989.
2. Задорин А.И. Разностные схемы для задач с пограничным слоем. Учебное пособие, ОмГУ, 2002.
3. Вишик М. И., Люстерник Л. А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром // Успехи матем. наук, 1957, т. 12, № 5, с. 3-122.
4. Багаев Б.М., Шайдуров В.В. Сеточные методы решения задач с пограничным слоем. Новосибирск: Наука, 1998.

5. Задорин А.И., Тиховская С.В. Решение нелинейного сингулярно возмущенного уравнения второго порядка на основе схемы Самарского // Сиб. журн. вычисл. математики, 2013, Т. 16, № 1, с. 11-25.
6. Мартыненко С.И. Универсальная многосеточная технология. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2013.
7. Zadorin A.I., Zadorin N.A. Application of the two-grid method for solving a singularly perturbed elliptic problem // Problems of Computational and Applied Mathematics, 2022, № 2, p. 142-149.
8. Задорин А.И. Интерполяция Лагранжа и формулы Ньютона-Котеса для функций с погранслошной составляющей на кусочно-равномерных сетках // Сиб. журнал вычисл. матем., 2015, т. 18, № 3, с. 289–303.
9. Шишкин Г.И. Сеточные аппроксимации сингулярно возмущенных эллиптических и параболических уравнений. Екатеринбург: УрО РАН, 1992.
10. Задорин А.И., Задорин Н.А. Интерполяция Лагранжа и формулы Ньютона-Котеса на сетке Бахвалова при наличии пограничного слоя // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2022, т. 62, № 3, с. 355-366.
11. Бахвалов Н.С. К оптимизации методов решения краевых задач при наличии пограничного слоя // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1969. Т. 9. № 4. С. 841–890.
12. Задорин А.И., Задорин Н.А. Неполиномиальная интерполяция функций с большими градиентами и ее применение // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2021, т. 61, № 2, с. 179-188.
13. Задорин А.И. Формулы численного дифференцирования функций с большими градиентами // Сибирский журнал вычислительной математики, 2023, т. 26, № 1, с. 17-26.