О РАСПРЕДЕЛЕНИЯХ СУММ НЕЗАВИСИМЫХ СЛАГАЕМЫХ

А.Ю. ЗАЙЦЕВ

Сначала мы сформулируем результаты, доказанные в недавних работах докладчика [2, 3].

Пусть $X, X_1, \ldots, X_n, \ldots$ – независимые одинаково распределенные d-мерные случайные векторы с произвольным общим распределением F. Пусть $F_{(n)}$ – распределение нормированного случайного вектора $X/\sqrt{n}$. Тогда $(X_1 + \cdots + X_n)/\sqrt{n}$ имеет распределение $F_{(n)}^n$ (степень понимается в смысле свертки). Пусть $\pi(\,\cdot\,,\,\cdot\,)$ – расстояние Прохорова. Основные результаты состоят в следующем. Для любого d-мерного распределения F существуют $c_1(F)$ и $c_2(F) > 0$, зависящие только от F и такие что

$$\pi(F_{(n)}^n, F_{(n)}^{n+1}) \le \frac{c_1(F)}{\sqrt{n}},$$

и

$$\rho_{\mathcal{C}_d}(F^n, F^{n+1}) \le \frac{c_2(F)}{\sqrt{n}},$$

где

$$\rho_{\mathcal{C}_d}(F, G) = \sup_{A \in \mathcal{C}_d} |F\{A\} - G\{A\}|,$$

а $\mathcal{C}_d$ – совокупность выпуклых подмножеств $\mathbf{R}^d$. При этом второе неравенство справедливо для любых распределений F, кроме тех, для которых оно заведомо неверно. Речь идет о распределениях, сосредоточеных на аффинных гиперплоскостях, не содержащих начало координат. Ясно, что для таких F

$$\rho_{\mathcal{C}_d}(F^n, F^{n+1}) = 1.$$

Key words and phrases. суммы независимых случайных векторов, близость последовательных сверток, выпуклые множества, расстояние Прохорова, неравенства.

Затем мы обсудим многомерный вариант второй равномерной предельной теоремы Колмогорова [4]. При его доказательстве существенно использовались теоретикочисловые методы, предложенные в начале восьмидесятых годов Араком. Эти методы он использовал также при доказательстве своего знаменитого результата об одномерном варианте первой равномерной предельной теоремы Колмогорова с оценкой порядка $O(n^{-2/3})$, см. [1]. Предполагается обсудить идеи, на которых основаны методы Арака.

Список литературы

[1] Т. В. Арак, А. Ю. Зайцев, *Равномерные предельные теоремы для сумм независимых случайных величин.* — Тр. МИАН СССР **174** (1986).

[2] А. Ю. Зайцев, *Оценки устойчивости по количеству слагаемых для распределений последовательных сумм независимых одинаково распределенных векторов.* — Зап. научн. семин. ПОМИ, **525**, 86–95 (2023). English version: arXiv:2310.20283.

[3] А. Ю. Зайцев, *О близости распределений последовательных сумм в метрике Прохорова.* — Теория вероятн. и ее примен. **69**, No. 2 (2024), 272–284.

[4] Ф. Гётце, А. Ю. Зайцев, *Об альтернативных аппроксимирующих распределениях в многомерном варианте второй равномерной предельной теоремы Колмогорова .* — Теория вероятн. и ее примен. **67**, No. 1 (2022), 3–22.