ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМ. С.Л. СОБОЛЕВА СО РАН
МЕЖДУНАРОДНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР В АКАДЕМГОРОДКЕ

16 – 20 марта 2026 г. *Новосибирск*

МЕХАНИКА, ГЕОМЕТРИЯ, ИНТЕГРИРУЕМОСТЬ

Сборник аннотаций/тезисов

`https://math.nsc.ru/d/events/mgi/2026`

Конференция проводится при поддержке Международного математического центра в Академгородке в рамках соглашения № 075-15-2025-348 с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации.

Полиномиально интегрируемые геодезические потоки в магнитном поле на двумерном торе

С.В. Агапов

ИМ СО РАН, Новосибирск
agapov.sergey.v@gmail.com

В докладе будут рассмотрены двумерные магнитные геодезические потоки. Поскольку динамика таких потоков на различных уровнях энергии может заметно отличаться ([1]), то их интегрируемость одновременно на всех уровнях энергии является достаточно редким явлением (см., например, [2] – [4], где эта задача изучалась на двумерном торе).

В связи с этим вполне естественно исследовать вопрос о наличии у магнитного геодезического потока дополнительного первого интеграла лишь на фиксированном уровне энергии. Случай квадратичного по импульсам интеграла был рассмотрен в [5], где, в частности, было показано, что наличие такого интеграла эквивалентно существованию решений некоторой полугамильтоновой системы дифференциальных уравнений в частных производных ([6]). В докладе мы обсудим различные методы построения гладких и аналитических решений этой системы на двумерном торе ([7], [8]).

Список литературы

[1] Тайманов И. А., *О примере перехода от хаоса к интегрируемости в магнитных геодезических потоках*, Матем. заметки, 76:4 (2004), 632–634.

[2] Тайманов И. А., *О первых интегралах геодезических потоков на двумерном торе*, Труды МИАН, 295 (2016), 241–260.

[3] Agapov S., Valyuzhenich. A., *Polynomial integrals of magnetic geodesic flows on the 2-torus on several energy levels*, Disc. Cont. Dyn. Syst. – Series A, 39:11 (2019), 6565–6583.

[4] Агапов С. В., Валюженич А. А., Шубин В. В., *Некоторые замечания о полиномиальных интегралах высокой степени магнитного геодезического потока на двумерном торе*, Сиб. матем. журн., 62:4 (2021), 715–720.

[5] Bialy M., Mironov A. E., *New semi–Hamiltonian hierarchy related to integrable magnetic flows on surfaces*, Cent. Eur. J. Math., 10:5 (2012), 1596–1604.

[6] Царев С. П., *Геометрия гамильтоновых систем гидродинамического типа. Обобщенный метод годографа*, Изв. АН СССР. Сер. матем., 54:5 (1990), 1048–1068.

[7] Dorizzi B., Grammaticos B., Ramani A., Winternitz P., *Integrable Hamiltonian systems with velocity–dependent potentials*, J. Math. Phys., 26:12 (1985), 3070–3079.

[8] Agapov S. V., Bialy M., Mironov A. E., *Integrable magnetic geodesic flows on 2–torus: new examples via quasi–linear system of PDEs*, Commun. Math. Phys., 351:3 (2017), 993–1007.

Сравнительный анализ формул обращения преобразования Радона

Д.С. Аниконов

ИМ СО РАН, Новосибирск
anik@math.nsc.ru

Преобразование Радона определяется как совокупность интегралов по всевозможным гиперплоскостям от функции, определенной в евклидовом пространстве. Основным вопросом теории является проблема обращения подынтегрального выражения полностью или частично. Основное использование результатов приходится на задачи зондирования неизвестных сред различными физическими сигналами. В связи с этим в качестве ограничений естественно использовать разрывные подынтегральные функции. Однако известные формулы обращения были доказаны лишь для гладких функций. В последнее время автору этого сообщения совместно с его коллегами удалось частично улучшить ситуацию и доказать новые формулы обращения в классе кусочно–непрерывных функций для классического и обобщенного преобразований Радона. Полученные формулы сравниваются между собой по степени их удобства для численной реализации. На основе сравнения даются рекомендации по конкретному использованию тех или иных результатов.

Иерархия Уиземы рода ноль и многообразия Гурвиц–Фробениуса

А.А. Басалаев

НИУ ВШЭ, Москва
abasalaev@hse.ru

Б. Дубровин ввёл структуру многообразия Дубровина–Фробениуса на пространстве разветвлённых накрытий римановой поверхности рода нуль римановой поверхностью рода g с заданным профилем ветвления. Такие многообразия теперь называются многообразиями Гурвица–Фробениуса рода g. Мы исследуем многообразия Гурвица-Фробениуса рода нуль и их связь с интегрируемыми иерархиями. В частности, мы доказываем, что соответствующие фробениусовы потенциалы стабилизируются и, следовательно, определяют бесконечную систему коммутирующих дифференциальных уравнений в частных производных.

Мы показываем, что эта система дифференциальных уравнений эквивалентна иерархии Уиземы рода нуль, введённой И. Кричевером.

Сигма–модели как модели Годена

Д.В. Быков

НИУ ВШЭ и МИАН, Москва

Будет показано, каким образом взаимосвязь между сигма–моделью многообразия полных флагов $U(3)/U(1)^3$ и моделью Годена с тремя узлами позволяет явно решить классическую и квантовую задачу для сигма–модели, т.е. найти геодезические и вычислить спектр оператора Лапласа на многообразии флагов с произвольной инвариантной метрикой.

Dynamical systems on torus related to general Heun equations: phase–lock areas and constriction breaking

A.A. Alexandrov (1), A.A. Glutsuk (2)

1 IITP RAS, HSE University, MIPT, Moscow
2 MIPT, HSE University, Moscow and CNRS UMR 5669 (UMPA ENS de Lyon)
Lyon France
aglutsyu@ens–lyon.fr

The overdamped Josephson junction in superconductivity theory can be modeled by the family of dynamical systems on the two–dimensional torus, which is known as the RSJ model [1, 2]. This family admits an equivalent description by a family of second–order differential equations. It is a family of special double conuent Heun equations [3], which belong to well–known class of Heun equations with four singularities taken with multiplicities. Alexander Gorsky asked whether it is possible to realize general Heun equations (GHE), with four distinct singularities, by a family of dynamical systems on torus that has phase–lock areas. In the paper [5] we construct two new families of dynamical systems on torus that can be equivalently described by a family of GHE, with four singular points, and conuent Heun equations, with three singularities. The rst family, related to GHE, is a deformation of the RSJ model, which will be denoted by dRSJ. The phase–lock areas of a family of dynamical systems on the torus are those level subsets of the rotation number function that have nonempty interiors. It is known that for the RSJ model, the rotation number quantization effect occurs: phase–lock areas exist only for integer rotation number values [2]. Moreover, each phase–lock area is a chain of domains separated by points [4]. Those separation points that do not lie on the abscissa axis are called constrictions. In the paper [5] we study phase–lock areas in the new family dRSJ. The quantization effect remains valid in this family. On the other hand, we show that in the new family dRSJ the constrictions break down.

The research of A.A. Aleksandrov is supported by Basic Research Program at HSE University.

The research of A.A. Glutsyuk is supported by the MSHE project No. FSMG-2024-0048 and by grant No. 24-7-1-15-1 of the Theoretical Physics and Mathematics Advancement Foundation BASIS.

References

[1] Buchstaber V.M.; Karpov O.V.; Tertychnyi S.I. *On properties of the differential equation describing the dynamics of an overdamped Josephson junction.* – Russ. Math. Surveys, **59:2** (2004), 377–378.

[2] Buchstaber V.M.; Karpov O.V.; Tertychnyi S.I. *The rotation number quantization effect.* – Theoret and Math. Phys., **162** (2010), No. 2, 211–221.

[3] Buchstaber V.M.; Tertychnyi S.I. *Explicit solution family for the equation of the resistively shunted Josephson junction model.* – Theoret. and Math. Phys., **176** (2013), No. 2, 965–986.

[4] Klimenko, A.V.; Romaskevich, O.L. *Asymptotic properties of Arnold tongues and Josephson effect.* – Moscow Math. J., **14:2** (2014), 367– 384.

[5] Alexandrov, A.; Glutsyuk, A. *Dynamical systems on torus related to general Heun equations: phase-lock areas and constriction breaking.* – Preprint https://arxiv.org/abs/2507.07282

Предварительное название и аннотация доклада: Конечно порождённые нильпотентные группы бирациональных автоморфизмов

А.С. Голота

НИУ ВШЭ, Москва
agolota@hse.ru

Пусть X – проективное алгебраическое многообразие над полем комплексных чисел. Группу бирациональных автоморфизмов многообразия X можно определить алгебраически как группу автоморфизмов поля рациональных функций на X, сохраняющих базовое поле. Я расскажу о задаче классификации конечно порождённых нильпотентных подгрупп в группах бирациональных автоморфизмов многообразий произвольной размерности с точки зрения динамических инвариантов, а также о известных в настоящее время результатах.

Интегралы дифференциальных форм, –группы Милнора и экспонента Артина–Хассе

С.О. Горчинский

МИАН, Москва
gorchins@mi-ras.ru

Доклад основан на совместных результатах с Д.Н. Тюриным. В докладе будет дано введение в –группы Милнора коммутативных колец и рассказано о связи между –группами Милнора и дифференциальными формами. Данная связь имеет место в двух различных случаях: когда в кольцо содержит рациональные числа и нильпотенты, и когда кольцо является p–адическим. В последнем случае естественно возникают экспонента Артина–Хассе и p–адический аналог функции Блоха–Вигнера.

Пассивная стабилизацию полёта стержня в плоской среде разреженных частиц

А.А. Давыдов

МГУ, Москва
davydov@mi–ras.ru

Рассматривается движение (однородного) стержня в плоской среде разреженных частиц с биллиардным взаимодействием между стержнем и частицами при столкновении. Выводятся уравнения движения стержня и проводится качественный анализ фазового портрета полученной системы уравнений движения. Показано, что почти все движения с ненулевой начальной скоростью центра масс стабилизируются на движении с постоянной скоростью вдоль оси стержня.

О кинетической теории Р. Пайерлса теплопроводности кристаллов и задаче ее строгого обоснования

А.В. Дымов

МИАН, Москва
dymov@mi-ras.ru

Уравнение теплопроводности следует из экспериментально наблюдаемого закона Фурье теплопроводности. Строгий же вывод последнего из микроскопической динамики частиц, формирующих кристалл, является одной из центральных задач современной неравновесной статистической механики. В своей знаменитой работе 1929 года Р. Пайерлс предложил эвристическую кинетическую теорию теплопроводности кристалов, влекущую закон Фурье. Для этого он рассмотрел решетку, состоящую из большого числа N слабо нелинейных осцилляторов. Он показал, что в пределе, когда N стремится к бесконечности, а нелинейность стремится к нулю, распределение полной энергии системы между частотами Фурье подчиняется нелинейному кинетическому уравнению. Задачи строгого обоснования закона Фурье и кинетической теории Пайерлса давно привлекают внимание математических физиков, однако до сих пор остаются открытыми.

Вдохновлённые теорией Р. Пайерлса, в 1960–ые годы физики (в частности, В.Е. Захаров и его школа), создали аналогичную ей кинетическую теорию слабо нелинейных волновых систем — теорию волновой турбулентности, — которая впоследствии бурно развивалась в физических работах. Задача ее математического обоснования также долгое время была полностью открыта, однако за последние 10 лет в ней был достигнут существенный прогресс.

Я расскажу о нашей совместной работе с А. Елохиным и А. Майокки, в которой мы применяем методы, разработанные в теории волновой турбулентности, к задаче строгого обоснования кинетической теории Пайерлса. Мы рассматриваем слабое случайное возмущение варианта предложенной им модели (работа над подобными задачами как правило требует стохастизации системы). Мы доказываем основной постулат его теории в некотором довольно грубом приближенном смысле. Насколько нам известно, в нашей работе кинетическое уравнение Р. Пайерлса впервые получено строго.

Внутренние и инерционные волны в задачах гео– и астрофизической гидродинамики

Е.В. Ерманюк

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск
ermanyuk@hydro.nsc.ru

Исследование волновых процессов во вращающейся и стратифицированной жидкости является фундаментальной задачей гео- и астрофизической гидродинамики. Внутренние и инерционные волны удовлетворяют специфическому дисперсионному соотношению, в которое входит частота возмущающего воздействия и направление распространения волн, но не входит масштаб длины. В замкнутых областях могут наблюдаться различные режимы движения, в том числе высокоэнергетические, такие как волновые аттракторы и нормальные моды. В астрономических приложениях упомянутые режимы играют важную роль в процессе приливного захвата (синхронизации) в системах естественный спутник – центральное тело, имеющее твердое ядро и жидкую оболочку, поскольку для различных режимов движения значения диссипации энергии в оболочке могут отличаться на несколько порядков. В случае тонкой оболочки (океан на Земле) существенное значение имеет диссипация за счет трения о дно, однако заметный вклад в глобальную диссипацию (порядка 25%) вносит также излучение внутренних волн топографией дна. В докладе представлено современное состояние исследований глобальных энергетических характеристик волновых аттракторов и нормальных мод, а также экспериментального и численного моделирования инерционных и внутренних волн в жидких оболочках. Рассмотрена задача о численной и экспериментальной оценки мощности, затрачиваемой на поддержание волнового движения в системе, допускающей существование аттракторов внутренних волн. Выполнено сопоставление различных способов оценки потока энергии в системе, проведено сравнение экспериментальных результатов с результатами прямого численного моделирования.

Об уравнении струны

А.Б. Жеглов

МГУ, Москва
alexander.zheglov@math.msu.ru

Я расскажу об одном результате, полученном с помощью теории нормальных форм: о взаимно–однозначном соответствии между решениями уравнения струны $[P, Q] = 1$ в кольце дифференциальных операторов, удовлетворяющими доп. условию "обрыва процесса отрубания голов и коммутирующими дифференциальными операторами тех же порядков, порождающих кольцо коммутирующих операторов ранга один. Это соответствие обобщает известный результат А.С. Шварца для операторов P, Q взаимно простых порядков, и использовалось при доказательстве гипотезы Диксмье для первой алгебры Вейля. Я планирую также обсудить возможные обобщения этого результата.

Integrable Birkhoff billiards inside cones

Siyao Yin

IMC IM SB RAS, Novosibirsk
yinsiyao@outlook.com

We study Birkhoff billiards inside cones in $\mathbb{R}^n$. We prove that every trajectory inside a cone over a C^3 strictly convex closed hypersurface embedded in $\mathbb{R}^{n-1}$ with non-degenerate second fundamental form has a finite number of reflections. Using this result, we prove that the system is integrable in the sense of both superintegrability and Liouville–Arnold integrability. This is the first example of an integrable billiard where the billiard table is neither a quadric nor consists of pieces of quadrics. The talk is based on joint work with Andrey E. Mironov.

О коммутирующих дифференциальных операторах ранга 2, соответствующих тригональным спектральным кривым рода 3

М. Ивлев

НГУ, Новосибирск
m.ivlev@g.nsu.ru

Построение обыкновенных коммутирующих дифференциальных операторов — классическая задача дифференциальных уравнений и интегрируемых систем, имеющая приложения к теории солитонов. Операторы ранга 1 в случае гладких спектральных кривых были найдены Кричевером. Задача построения операторов ранга $l > 1$ в общем случае не решена. Во всех известных примерах таких операторов спектральные кривые являются гиперэллиптическими. В данном докладе будут описаны первые примеры операторов ранга 2, соответствующих тригональным спектральным кривым рода 3.

Глокальная теория бифуркаций на двумерной сфере

Ю.С. Ильяшенко

НИУ ВШЭ и НМУ, Москва
yulijs@mccme.ru

11 лет назад докладчиком были открыты структурно неустойчивые семейства векторных полей на двумерной сфере. С тех пор теория глокальных (глобальных по фазовой переменной и локальных по параметру) интенсивно развивалась. Об этом развитии и будет рассказано в докладе.

Внешние биллиарды вокруг правильных многоугольников

А.Я. Канель–Белов

МФТИ, Москва
kanelster@gmail.com

Внешние биллиарды были введены Б. Нойманом (Bernhard Neumann) в 50-х годах XX века. Они стали популярны благодаря работам Ю. Мозера, где внешний, или двойственный, бильярд был предложен как важная модельная задача для выяснения роли гладкости в КАМ–теории задачи многих тел. Классическим со времен 50–х является случай, когда М —- правильный n–угольник. Если $n = 3, 4, 6$, то плоскость разбивается на периодические области. С.Л. Табачников обнаружил самоподобие для случая $n = 5$. Его исследования продолжились Бедари и Кассинем. Случаю $n = 8$ посвящена монография Шварца, случаям $n = 8, 10, 12$ работа Ф.Д.Руховича.

На пленарном докладе на Международном математическом Конгрессе 2022 Р. Шварцем была поставлена проблема: "The cases $n = 8; 10; 12$ also have a self–similar structure. Without having a reference, I have the sense that the case $n = 7$ is somewhat understood in the sense that there are some regions of renormalization. I think that the cases $n = 9; 11$ are not understood at all. G. Hughes has made beautiful and detailed pictures of outer billiards on regular polygons. These pictures (and earlier ones) suggest

Conjecture 6.5. Outer billiards on the regular n–gon has an aperiodic orbit if n, 3;4;6. I think that this is not known aside from $n = 5; 8; 10; 12$, and perhaps $n = 7$.

Теорема (Тиморин, Белов, Белый, Рухович). *Для любого внешнего билиарда округ правильного n-угольника при* $n \neq 3, 4, 6$ *существует апериодическая точка.*

Р. Шварц, основываясь на компьютерных экспериментах, высказал предположение, что ТОЛЬКО для случаев $n = 5, 10, 8, 12$ есть точное самоподобие, которое позволяет полностью описать периодические структуры и найти апериодические точки. Р. Шварц проводил эксперименты для случая $n = 7$, и самоподобие ему найти не удалось. Тем не менее, более глубокий компьютерный анализ, сделанный нами, дал возможность установить, что в случаях $n = 7, 14$ самоподобие всеже существует. С его помощью, легко показать существование апериодической точки. В отличие от ранее исследованного случая правильных n–угольников при $n = 3, 4, 6, 8, 10, 12$ нами установлены принципиально новые явления:

1) Существуют самоподобия с мультипликативно независимыми коэффициентами.

2) Существует континуум попарно непересекающихся замкнутых инвариантных множеств (с различными символическими динамиками) —- замыканий апериодических орбит точек. Тем самым показано, что существуют траектории, кодирующиеся неподстановочными системами.

3) Кроме того, во внешнем биллиарде вокруг правильного девятиугольника существуют самоподобия. Во внешнем биллиарде вокруг правильного девятиугольника (и 18–угольника) существует как минимум счетное число апериодических орбит, расположенных на ограниченной области.

Список литературы

[1] Moser J., Outer billiards on kites, Vol. 77. Princeton, NJ : Princeton University Press, 1973, Annals of Mathematics Studies;

[2] Moser J., Is the solar system stable?, The Mathematical Intelligencer, 1978, Vol. 1, issue 2. P. 65–71

[3] Tabachnikov S., On the dual billiard problem, Advances in Mathematics, 1995, Vol. 115, no. 2, 221–249.

[3] Bedaride N. и Cassaigne J., Outer billiards outside regular polygons, Journal of the London Mathematical Society, 2011, Vol. 84, issue 2, 303–324

[3] Schwartz R. E., The octagonal PETs. Vol. 197, Providence, RI : American Mathematical Society, 2014 (Mathematical Surveys and Monographs

[3] Ф. Д. Рухович, Внешние биллиарды вне правильных многоугольников: ручной случай, Изв. РАН. Сер. матем., 86:3 (2022), 105–160,

Сигма–модели и комплексные грассманианы

D.A. Криворотько

НИУ ВШЭ и МГУ, Москва
v.a.krivorol@gmail.com

Сигма–модели составляют важный класс теоретико–полевых моделей, возникающих в разнообразных физических и математических задачах. Принципиальная сложность их изучения связана с сильно нелинейным характером этих моделей, что в рамках теории поля соответствует наличию бесконечного числа вершин взаимодействия. Это обстоятельство мотивирует поиск альтернативных формулировок, содержащих лишь конечное число вершин взаимодействий. В докладе будет представлена такая эквивалентная модель для класса однородных пространств, состоящего из унитарных, ортогональных и симплектических грассманианов.

Сценарий устойчивого перехода от диффеоморфизма Аносова коразмерности 1 к ДА–диффеоморфизму

Е.В. Круглов

ННГУ, Нижний Новгород
kruglov19@mail.ru

С. Смейл предложил модифицировать гиперболический автоморфизм n–тора коразмерности 1 в окрестности неподвижной точки с помощью хирургической операции, чтобы получить так называемый DA–диффеоморфизм. Однако соответствующая дуга диффеоморфизмов не является даже умеренно устойчивой. Ш. Ньюхаусом, Дж. Палисом и Ф. Такенсом высказана гипотеза о построении умеренно устойчивой дуги между диффеоморфизмом Аносова и DA–диффеоморфизмом. В настоящем докладе представлено детальное построение такой дуги.

Результаты опубликованы в работе E.V. Kruglov, Iu.E. Petrova, O.V. Pochinka, Scenario of a mildly stable transition from codimensional one Anosov diffeomorphism to a DA–diffeomorphism, Nonlinearity, 38(2025), 025021. 18 p.

Оператор Лапласа на многообразии флагов

А.И. Кузовчиков

НИУ ВШЭ, Москва
kuzovchikov@mi–ras.ru

В докладе мы обсудим задачу о частице на $F(n) = SU(n)/U(1)^{(n-1)}$ — многообразии полных флагов группы $SU(n)$. С точки зрения дифференциальной геометрии классический вариант этой задачи соответствует поиску геодезических, а квантовый — исследованию спектра оператора Лапласа–Бельтрами. При этом естественно ограничиться рассмотрением $SU(n)$–инвариантных метрик общего вида.

Оказывается, что в таком случае задачу о частице на $F(n)$ можно переформулировать в терминах задачи об $SU(n)$–спиновой системе особого типа. Эта связь позволяет сделать выводы об интегрируемости геодезического потока и спектральной задачи для широкого класса метрик, связанных с метриками на группах, изучавшимися ранее в работах Манакова, Мищенко и Фоменко.

В качестве наглядного примера будет рассмотрен случай $F(3)$, в котором все инвариантные метрики исчерпываются указанным классом. В этом случае задача о нахождении спектра оператора Лапласа–Бельтрами сводится к анализу уравнений Бете для $SU(3)$–спиновой системы типа Годена. Используя результат Стилтьеса, полученный более ста лет назад (и впоследствии обобщённый в работе Мухина, Шехтмана, Тарасова и Варченко на случай $SU(n)$), задачу удаётся свести к изучению полиномиальных решений дифференциального уравнения фуксова класса с четырьмя особыми точками — уравнения Гойна, что позволяет явно описать спектр.

Доклад основан на совместной работе с Дмитрием Быковым — arXiv:2508.20889

Данный доклад был подготовлен в рамках соглашения от 10.09.2025 № 25–72–10177 о предоставлении гранта РНФ по теме: «Интегрируемые сигма–модели и конформные теории поля».

R–матричные операторы Данкла и квантовая система Калоджеро–Мозера

М.Г. Матушко

МИАН, Москва
matushko@mi–ras.ru

Модель Калоджеро–Мозера является известным примером многочастичной интегрируемой системы, имеющей многочисленные связи с различными областями математики и физики. Она описывает систему n тождественных частиц на прямой с потенциалом обратно пропорциональному квадрату расстояния между ними. Интегрируемость системы можно продемонстрировать, например, выразив набор коммутирующих гамильтонианов с помощью операторов Данкла.

Я расскажу, как построить матричное обобщение квантовой системы Калоджеро–Мозера с помощью решений ассоциативного уравнения Янга–Бакстера. Для этого вводятся R–матричнозначные операторы Данкла, с помощью которых может быть построена новая интегрируемая система, являющаяся R–матричным обобщением системы Калоджеро–Мозера. Также эта конструкция позволяет получать интегрируемые спиновые цепочки с дальнодействием. Рассказ основан на совместной работе с Олегом Чалых arXiv:2509.18989.

Интегральные формулы для объемов узлов и многогранников в пространствах постоянной кривизны

А.Д. Медных

ИМ СО РАН и НГУ, Новосибирск

В неевклидовых пространствах, для вычисления объемов многогранников используются система дифференциальные уравнений Шлефли. Ее решение находится геометрическими методами, основанных на соотношениях между углами и длинами многогранников, лежащих в сферическом и гиперболическом пространствах. Полученные формулы применяются для вычисления объемов узлов, рассматриваемых как сингулярное множество трехмерной сферы, снабженной неполной метрикой постоянной кривизны.

Аналогичная проблема в евклидовом пространстве представляется значительно более сложной. Для ее решения используется предельный переход для соответствующих формул, полученных в сферическом и гиперболическом пространствах.

О структурной устойчивости 3–диффеоморфизмов с соленоидами Смейла

О.В. Починка

НИУ ВШЭ, Нижний Новгород
opochinka@hse.ru

Рассматривается диффеоморфизм на замкнутом трехмерном многообразии M^3, цепное рекуррентное множество которого состоит из двух одномерных гиперболических множеств: аттрактора Λ_a и репеллера Λ_r типа соленоида Смейла–Вильямса [1]. Хотя каждое из этих множеств в отдельности является гиперболическим и локально структурно устойчивым, глобальная структурная устойчивость диффеоморфизма зависит от выполнения сильного условия трансверсальности [2]. Это условие требует, чтобы двумерное устойчивое многообразие $W^s_{\Lambda_a}$ и двумерное неустойчивое многообразие $W^u_{\Lambda_r}$ пересекались трансверсально в каждой точке области $M^3 \setminus (\Lambda_a \cup \Lambda_r)$. Структурная неустойчивость была строго доказана для многих известных на данный момент явных примеров таких систем [3], [4], за исключением оригинального примера Смейла. Доказательство неустойчивости в этом фундаментальном случае является основной целью доклада.

Благодарность. В данной научной работе использованы результаты проекта "Симметрия. Информация. Хаос выполненного в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Список литературы

1. L. Vietoris. Uber den hoheren Zusammenhang kompakter Raume und eine Klasse von zusammenhangstreuen Abbildungen // Math. Ann. 1927. V. 97. No. 1. P. 454–472 (in German).

2. Smale S. Differentiable dynamical systems // Bulletin of the American mathematical Society. 1967. V. 73. No. 6. P. 747–817.

3. B. Jiang, Y. Ni and S. Wang. 3-manifolds that admit knotted solenoids as attractors. Trans. Amer. Math. Soc. 356 (2004), 4371–4382.

4. B. Yu. Smale solenoid attractors and affine Hirsch foliations //Ergodic Theory and Dynamical Systems. 2019. V. 39. No. 2. P. 531–553.

Тау функции иерархии Гарри Дима

В.В. Прокофьев

Сколково, Москва
vadim.prokofev@skoltech.ru

Иерархия Гарри Дима была получена в 70е годы для описания нелинейных вод. Было показано, что, как и уравнения КП и модифицированное уравнение КП являются частью иерархии, которую удобно описать с помощью псевдодифференциальных операторов. Однако, благодаря работам 80х годов у иерархий КП и мКП появилось иное описание через тау–функции, являющиеся решениями билинейных уравнений (уравнений Хирооты). В доклад, основанном на работе автора, будет показано, что подобное описание возможно и для иерархии Гарри Дима. Кроме того будет показана взаимосвязь решений этой иерархии и иерархий КП и мКП как на уровне псевдодифференциальных операторов (что было известно ранее), так и на уровне тау функций.

Бирациональная геометрия расслоений на коники

Ю.Г. Прохоров

МИАН, Москва
prokhoro@mi–ras.ru

В докладе будут обсуждаться применения программы Саркисова к проблеме рациональности трёхмерных алгебраических многообразий, имеющих структуру расслоений на коники. Будет представлен обзор проблемы и изложен несколько новых результатов. Доклад основан на совместной работе с В.В. Шокуровым.

Superintegrable stratified systems

N.Yu. Reshetikhin

YMSC Tsinghua University and BIMSA, Beijing

In this talk I will show how the notion of superintegrability can be extended to stratified spaces. Some of these results can be regarded as a generalization of the Delzant theorem about moment maps for toric actions.

Vector systems of Painlevé type

V.V. Sokolov

MIPT, Moscow
vsokolov1952@gmail.com

The group reduction procedure is applied to vector generalizations of the NLS, mKdV, and KdV equations. The resulting ODE systems admit isomonodromic Lax representations and are multicomponent generalizations of the Painlevé equations ??P1, ??P2, ??P34, and ??P4. Some of them can be interpreted as nonautonomous deformations of well–known systems integrable in the Liouville sense, in particular, the Garnier and Hénon–Heiles systems. In one case, an unexpected connection with the equations of quasiperiodic dressing chain for the Schrödinger operator is established.

Спектральные инварианты циркулянтных графов с нефиксированными скачками и их свойства

Г.К. Соколова

НГУ, Новосибирск
g.sokolova@g.nsu.ru

В докладе рассматривается класс циркулянтных графов с нефиксированными скачками. Для данных графов в терминах полиномов Чебышёва выписываются явные аналитические формулы таких спектральных инвариантов, как число корневых остовных лесов и индекс Кирхгофа. Исследуются аналитические свойства этих формул и их асимптотическое поведение при стремлении числа вершин в графе к бесконечности.

Корегулярность поверхностей дель Пеццо

А.С. Трепалин

МИАН, Москва
trepalin@mi–ras.ru

Корегулярность многообразий Фано — инвариант, который численно выражает то, насколько сложно устроены (кратные) антиканонические дивизоры. Известно, что для неособых поверхностей дель Пеццо (то есть двумерных многообразий Фано) над алгебраически замкнутыми полями характеристики 0 корегулярность равна 0, за исключением одного случая поверхностей дель Пеццо степени 1.

В докладе будет рассказано о результатах, возникающих при обобщении этой задачи на случай поверхностей дель Пеццо с дювалевскими особенностями над произвольными совершенными полями. Оказывается, что в общем случае корегулярность также равна 0. Однако возникает большое количество разнообразных примеров поверхностей дель Пеццо с положительной корегулярностью, причём эти примеры обладают различными экстремальными свойствами.

Доклад основан на совместной работе с К. Логиновым.

Лагранжева геометрия грассманиана: зоопарк в моем багаже

Н.А. Тюрин

ЛТФ ОИЯИ, Дубна; МИАН, Москва
ntyurin@theor.jinr.ru

В докладе будут представлены результаты, полученные в задаче классификации лагранжевых подмногообразий грассманиана $Gr(r, n)$. Первые типы были построены с помощью обобщения метода А. Миронова; затем с помощью метода обильного дивизора был построен еще один тип лагранжева подмногообразия. Наконец, комбинируя эти два метода, мы дополнили зоопарк топологических типов лагранжевых подмногообразий еще рядом примеров.

The Symplectic Structure for Renormalization of Circle Diffeomorphisms with Breaks

K.M. Khanin

BIMSA, Beijing
khanin@math.toronto.edu

In the first part of the talk I'll present the main results of the renormalization theory for circle homeomophisms. We then shall discuss the symplectic structure related to renormalisation of circle maps with breaks. The invariant symplectic form which we construct is related to the symplectic form introduced by Goldman back in 1984. This part of the talk is based on a joint paper with Selim Ghazouani.

On the complete systems of Pfaffian equations

A.V. Tsyganov

SPbU, St. Petersburg
andrey–ts@yandex.ru

The problem that became known as Pfaff's problem had its origins in the theory of first order partial differential equations, which as a general theory began with Lagrange. The integrability theorems of Jacobi, Clebsch, Deana, Frobenius, Lie, Darboux and Cartan discuss methods for constructing systems of Pfaffian differential equations with complete solutions. In all these theorems it is tacitly understood that a bonafide variable change has a nonvanishing Jacobian, since the inversion of the variable change is necessary to produce a complete solution in the term of original variables. After historical introduction to these integrability theorems, I will present the original Lie calculations, which allow us to construct integrable systems of differential equations in three-dimensional Euclidean space with three, two, one, and no first integrals. These systems are related with simple and solvable Lie algebras of the Bianchi classes A and B.

О разрешимости нескольких дифференциальных уравнений неклассического типа

А.В. Чуешев, Н.А. Чуешева

КемГУ, Кемерово
chueshev@mail.ru, chuesheva@mail.ru

Новым этапом развития теории краевых задач для неклассических уравнений математической физики явились работы В. Н. Врагова. В работах В. Н. Врагова [1] впервые дана постановка корректной краевой задачи для уравнения смешанного типа порядка $2m$ в цилиндрической области. В книге [2] излагаются некоторые аспекты построения теории краевых задач для эллиптико-параболических, гиперболо-параболических уравнений и уравнений смешанного типа второго порядка.

Краевые задачи для таких уравнений изучались в работах С. Г. Пяткова, А. И. Кожанова, и других авторов.

В статьях А. В. Чуешева и Н. А. Чуешевой [3], [4] при определенных условиях на коэффициенты были доказаны теоремы существования и единственности решений поставленных краевых задач. Исследовалась существенность условий, которые были наложены на коэффициенты данных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Врагов В. Н. К теории краевых задач для уравнений смешанного типа на плоскости и в пространстве. Автореферерат диссертации д. ф.– мат. наук. Навосибирск. 1977 г.

2. Врагов В.Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. — Новосибирск: Изд-во Новосибирского ун-та, 1983.–84с.

3. Chueshev, Aleksandr and Chuesheva, Nadesjda (2022) “On the Solvability of Some Nonlinear Differential Equations”, Bulletin of National University of Uzbekistan: Mathematics and Natural Sciences | Vol 5 | Iss 3 (nuu.uz)

4. Чуешев А. В. Об одном нелинейном уравнении смешанного типа нечётного порядка. Вестник Новосибирского университета, серия «математика, механика, информатика». 2001. Т.1, Вып. 1 С. 107–123.

Пересечения двух квадрик

К.А. Шрамов

НИУ ВШЭ и МИАН, Москва
costya.shramov@gmail.com

Я расскажу о геометрии гладких поверхностей, заданных двумя квадратичными уравнениями в четырёхмерном проективном пространстве. В частности, мы обсудим их бирациональные модели и структуру группы бирациональных автоморфизмов.

Вычисление порядков точек в главном дереве самоподобного дендрита

И.Н. Юдин

ИМ СО РАН, Новосибирск
uivan566@gmail.com

Пусть $S = \{S_1, \ldots, S_m\}$ – система сжимающих отображений в R^n. Непустое компактное множество K, удовлетворяющее уравнению $K = \bigcup\limits_{i=1}^{m} S_i(K)$ называется аттрактором системы S.

Пусть $I = \{1, \ \ldots, \ m\}$ – множество индексов системы S, и $I^* = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} I^n$ – множество всех конечных слов $\mathbf{i} = i_1 \ldots i_n$ в алфавите I, таких, что $S_{\mathbf{j}} = S_{j_1 j_2 \ldots j_n} = S_{j_1} S_{j_2} \ldots S_{j_n}$, и мы обозначим $S_{\mathbf{j}}(K)$ как $K_{\mathbf{j}}$.

Критическим множеством аттрактора K системы S является множество

$$C := \{x : \ x \in S_i(K) \cap S_j(K), \ S_i, S_j \in \mathcal{S}\}$$

Множество ∂K всех $x \in K$ таких, что для некоторого $\mathbf{j} \in I^*$, $S_{\mathbf{j}}(x) \in C$ называется самоподобной границей множества K.

Дендритом называется локально связный континуум, не содержащий простых замкнутых кривых.

Главным деревом самоподобного дендрита K называется минимальный подконтинуум, который содержит все точки самоподобной границы.

Пусть $M = \{K_i, i \in I = \{1, \ldots, m\}\}$ — конечная система континуумов в топологическом пространстве X. Мы говорим, что M обладает обладает свойством одноточечного пересечения, если для любого $i, j \in I$ $\#P_{ij} \leq 1$, где $P_{ij} = K_i \cap K_j$.

Если аттрактор системы S удовлетворяет условию одноточечного пересечения и является дендритом, то для него мы можем построить двудольный граф Γ, называемый m-ростком. Для белых вершин ростка мы определяем полугруппу G_ϕ, порожденную частичными перестановками ϕ_i. С ее помощью мы вычисляем порядки граничных точек в главном дереве.

Теорема: Пусть (Γ, φ) — регулярный P-росток.

1) Если x — граничная точка с одним адресом α, то
   $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = N_\phi(\alpha) - 1$
2) Если $x \in \hat{\gamma} \setminus \partial K$ является точкой ветвления с одним адресом α, то $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = N_\phi(\alpha)$
3) Если x является граничной точкой или точкой ветвления главного дерева и имеет n адресов, $\alpha^1, \ldots, \alpha^n$ таких, что для любого $i = 1, \ldots n$, $N_\phi(\alpha^i) > 1$, то $\mathrm{Ord}(x, \hat{\gamma}) = \sum\limits_{i=1}^{n} N_\phi(\alpha^i) - n$.

Полное решение задачи джеффри–гамеля. Неединственность, парадоксальные свойства и потеря существования

Н.И. Яворский

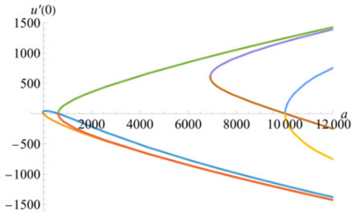
ИгИЛ СО РАН, Москва
nick@itp.nsc.ru

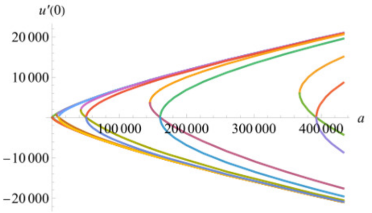
Представлено полное семейство точных решений уравнений Навье-Стокса для плоского течения вязкой несжимаемой жидкости в бесконечной области, ограниченной двумя исходящими из одной точки прямыми под углом α. В автомодельной постановке эта нелинейная задача впервые была рассмотрена в [1,2] и были получены ее аналитические решения в виде эллиптических интегралов. Она хорошо известна как задача Джеффри-Гамеля и излагается в учебниках [3,4]. В последствии было установлено, что решение неединственно, а количество решений может быть бесконечно [5-7]. Однако, несмотря на давнюю историю до сих пор не было получено полного решения этой задачи для всего диапазона углов $0 < \alpha \leq 2\pi$.

$$v_r = 6\nu u(\phi)/r, P = \rho\nu^2[12u(\phi) - 6a]/r^2, \tag{1}$$

$$(du/d\phi)^2/2 + 2(-au + u^2 + u^3) = p^2/2. \tag{2}$$

В настоящей работе показано, что все множество решений получается в виде последовательных бифуркаций симметричных решений в пары асимметричных, при этом первыми в этой цепочке является пара симметричных решений. В качестве примера ниже на рисунке приведены две первые бифуркации для угла $\alpha = \pi/6$. По оси абсцисс отложен параметр порядка a, который входит в выражение для давления P (1) и является параметром, входящим в уравнение (2), определяющим профиль скорости. В силу условия прилипания на сторонах угла $u(0) = u(\alpha) = 0$ параметр a определяет давление (1) на стенках, а параметр $p = u'(0)$ имеет физический смысл безразмерного трения на стенке. При a<0 течение в диффузоре, давление превышает давление на ∞. Соответственно при a>0 имеем течение в конфузоре.



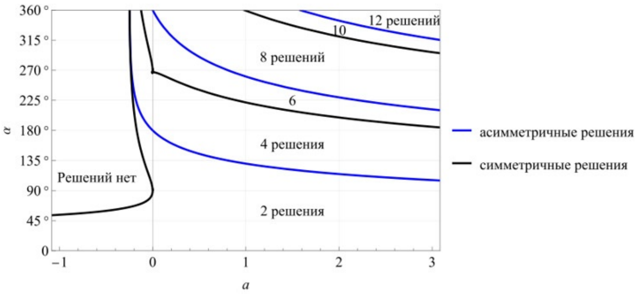


Бифуркации на рисунке отмечены точками. Видно, что решения возникают парами с увеличением параметра порядка a. Характерно, что вторая бифуркация происходит при $a = 617.303 > 0$ и значении $u'(0) = 0$. Таким образом, асимметричные решения возникают только в конфузоре и при нулевом трении на стенках, а первая бифуркация рождает сразу два симметричных решения при $a_{min} = -19.8 < 0$. При $a < a_{min}$ решений нет. Это означает потерю существования решения для течений в диффузоре с повышением давления. Этот факт наблюдается для всех значений угла $0 < \alpha \leq 2\pi$. Нами установлено, что, если $\alpha \leq \pi/2$, то с уменьшением угла α до нуля величина

$a_m in$ уменьшается от 0 до $-\infty$ и область существования решений для течений в диффузоре расширяется на весь диапазон возможных давлений. Если же $\pi/2 \leq \alpha \leq 2\pi$, то с уменьшением угла α от 2α до $\alpha/2$ величина a_{min} увеличивается от $a_{min} = -0.2478 a_{min} = 0$. При течении в прямом углу $\alpha = \pi/2$ стационарных решений для диффузора вообще нет.

Точками обозначены первые 10 бифуркаций, рождающие новые пары решений (получено 20 решений). Бифуркации симметричных решений характеризуются ненулевым трением на стенках. Бифуркации асимметричных решений происходят при нулевым трением на стенках.

Представлено полное семейство точных решений уравнений Навье Стокса для плоского течения вязкой несжимаемой жидкости в бесконечной области, ограниченной двумя исходящими из одной точки прямыми под углом $0 < \alpha \leq 2\pi$ (решение задачи Джеффри-Гамеля для всего возможного диапазона углов раствора). Показано, что все множество решений получается в виде последовательных бифуркаций симметричных решений в пары асимметричных, при этом первыми в этой цепочке является бифуркации пар симметричных решений, которые возникают в определенной последовательности точек с ростом введенного в работе параметра порядка. Установлено, что асимметричные решения возникают только в конфузоре и при нулевом трении на стенках. В диффузоре с повышением давления до некоторого критического значения, зависящего от угла раскрытия, все автомодельные решения теряют существование. Потеря существования стационарных решений для любого диффузора с конечным углом раскрытия может свидетельствовать о глобальной и абсолютной неустойчивостях ламинарных течений в плоских диффузорах. В работе показывается, что и асимметричные решения, появляющиеся в результате бифуркации симметричных решений, также обладают неожиданными с физической точки зрения свойствами. Сам факт появления нетривиальных решений для вязкой жидкости, которая не оказывает трения на поверхность конфузора также является парадоксальным. Подчеркнем, что все рассматриваемые автомодельные решения являются точными решениями уравнений Навье-Стокса. В докладе будет представлены возможное объяснение, дополнительные нетривиальные факты, кривые бифуркаций для всего диапазона углов и обоснование почему мы полагаем, что нашли полное решение задачи Джеффри-Гамеля.



Потеря существования стационарных решений для любого диффузора с конечным углом раскрытия может свидетельствовать о глобальной неустойчивости ламинарных течений в плоских диффузорах. В работе показывается, что и асимметричные решения, появляющиеся после четных бифуркаций, также обладают неожиданными с физической точки зрения свойствами. Сам факт появления нетривиальных решений для вязкой жидкости, которая при заданном перепаде давления (a>0) не оказывают трения на поверхность конфузора является парадоксальным. Отметим, что все рассматриваемые решения являются точными решениями уравнений Навье-Стокса. Наличие стационарных решений свидетельствует о строгом соблюдении баланса всех сил действующих на жидкость в каждой точке пространства. В докладе будет представлены возможное объяснение, дополнительные нетривиальные факты, кривые бифуркаций для всего диапазона углов и обоснование почему мы полагаем, что нашли полное решение задачи Джеффри-Гамеля. Работа выполнена при поддержке государственного бюджета (проект 121032200034-4).

Список литературы

[1] Jeffery G.B. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid // Philos. Mag. Ser. 6. 1915. V. 29, No. 172. P. 455-465.

[2] Hamel G. Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten // Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung. 1917. Bd. 25. S. 34-65.

[3] Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М: Мир. 1973. 758 с.

[4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М: Наука. 1986. 736 с.

[5] Dennis S.C.R., Banks W.H.H., Drazin P.G., Zaturska M.B. Flow along a diverging channel // J. Fluid Mech. 1997. V. 336. P.183–202.

[6] Шверак В. О решениях Ландау уравнений Навье-Стокса // Проблемы математического анализа. 2011. Вып. 61. С. 175-191.

[7] Shtern V.N. Counterflows: paradoxical fluid mechanics phenomena. – Cambridge; New York: Cambridge University Press. 2012. XIV. 470 pp.