1. Ранги Морли и Ласкара в делимых жёстких группах

г.н.с., д.ф.-м.н. Н.С. Романовский,
лаборатория алгебры (А1)

Доказано, что в теории делимых m-жёстких групп ранги Морли и Ласкара совпадают.

В работах А.Г. Мясникова и Н.С. Романовского подробно изучались теоретико-модельные свойства делимых m-жёстких групп. Теория таких групп оказалась во многом похожа на классическую теорию алгебраически замкнутых полей. Для неё была найдена рекурсивная система аксиом, доказаны полнота, разрешимость, ω-стабильность, описаны элементарные подмодели в моделях теории, получена элиминация кванторов до булевой комбинации $\forall\exists$-формул и др. Обзор по алгебраической геометрии и теории моделей жёстких групп можно найти в пятой главе монографии: Groups and model theory. GAGTA book 2. De Gruyter, 2021. В 2022 году был вычислен ранг Морли произвольного афинного пространства над делимой m-жёсткой группой. Кроме ранга Морли в теории моделей используется также ранг Ласкара и некоторые другие ранги. Ранг Ласкара зачастую удобнее ранга Морли, хотя он менее информативен. Отметим в этом направлении такие результаты. Пиллей и Понг в 2002 году доказали,что в теории дифференциально замкнутых полей ранги Морли и Ласкара различны. В этой же работе показано, что в общем случае и для ω-стабильных групп эти ранги различаются. Хрущёвский и Сканлон в 1999 году установили, что ранги Морли и Ласкара равны на генерических типах групп, определимых в дифференциально замкнутых полях с конечным числом коммутирующих дифференцирований.

Нами получена

Теорема. *В теории делимых m-жёстких групп ранги Морли и Ласкара совпадают.*

Доказательство существенно использует два недавних результата Н.С. Романовского. В 2024 году было установлено, что если некоторое подмножество делимой m-жёсткой группа порождает m-ступенно разрешимую подгруппу, то его алгебраическое замыкание (в смысле теории моделей) совпадает с элементарным замыканием. В 2026 году был найден алгебраический способ вычисления ранга Морли произвольного определимого неприводимого множества над делимой жёсткой группой через общую точку этого множества.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2026-0017.

Результат опубликован в работе:

Н.С. Романовский. Ранги Морли и Ласкара в делимых m-жёстких группах совпадают // СМЖ, **67**:6 (2026), 1403–1408.