11. О неустановившемся движении конечного осесимметричного объема идеальной несжимаемой жидкости

в.н.с., д.ф.-м.н. В.Н. Белых,
лаборатория дифференциальных уравнений и смежных вопросов анализа (Д4)

Доказана корректность в классе Жевре задачи о нестационарном движении осесимметричного объема идеальной несжимаемой жидкости под действием начального импульса давления.

Побудительной причиной к проведённому исследованию послужила известная проблема "разрушения" гладких решений трехмерных уравнений Эйлера идеальной несжимаемой жидкости. В точной постановке эта проблема до сих пор представляется фундаментальной и глубоко интригующей математической проблемой [1]. Интерес к этой проблеме мотивирован отсутствием теоретических представлений и неразвитостью математического языка для описания режимов поведения решений в момент возникновения у них особенностей (сингулярностей). В частности, к указанной проблематике примыкает гидродинамическая задача об эволюции осесимметричной жидкой "капли" под воздействием начального импульса давления. При этом в отсутствие массовых сил и поверхностного натяжения, исследуемая трёхмерная задача редуцируется к её двумерному аналогу, описываемому системой нелинейных псевдодифференциальных уравнений, дополненной данными Коши.

В работе доказана локальная теорема существования и единственности аналитического по времени и жевреевского по координатам решения этой задачи. Для доказательства использован метод мажорантных рядов в классах Жевре, предложенный в работе Лере и Ойя [2]. В результате получено строгое описание начальной стадии движения жидкой осесимметричной капли, предшествующей моменту её эволюционного разрушения ("blow-up"). Последнее позволяет мотивированно высказать конструктивную гипотезу о возможном характере зарождения особых точек решения задачи, позволяющей организацией аналитического продолжения "далеко" по времени сходящегося ряда Тейлора осуществить поиск особенностей решения, если они есть, на положительной части вещественной оси времени. Наибольший интерес представляет при этом момент возникновения за конечное время особенностей у вещественных по времени решений уравнений Эйлера. И, поскольку класс Жевре содержит квазианалитические функции, это даёт возможность исследовать проблему с бесконечно гладкими финитными данными Коши посредством организации доказательных (по Бабенко [3]) компьютерных вычислений.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект FWNF-2026-0028).

[1]. *Бардос К., Титти Э.С.* Уравнения Эйлера идеальной несжимаемой жидкости. Успехи матем. наук. 2007. Т. **62**. Вып. 3. С. 3–46.

[2]. *Leray J et Ohya Y.* Equations et Systemes Non-Lineares, Hyperboliques Non-Stricts. Math. Annalen **170**, 167–205 (1967).

[3]. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю.* О доказательных вычислениях на ЭВМ. М. 1983. 28 с. (Препр./ АН СССР. Ин-т прикл. математики; № 133).

Результат опубликован в работе:

Белых В.Н. О неустановившемся движении конечного осесимметричного объема идеальной несжимаемой жидкости // Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления. **528** (2026), 53–59. DOI:10.7868/S3034504926010075