2. Формальное интегрирование операторов Роты-Бакстера на полных алгебрах Ли

с.н.с., к.ф.-м.н. М.Е. Гончаров, в.н.с., д.ф.-м.н. П.С. Колесников,
лаборатория алгебры (A1);
в сотрудничестве с Y.Sheng и R.Tang, Jilin University (China)

Было получено соответствие между операторами Роты-Бакстера на полной алгебре Ли $\mathfrak{g}$ и операторами Роты-Бакстера на группе, носителем которой является множество $\mathfrak{g}$, а групповая операция задается формулой Бейкера-Кэмпбелла-Хаусдорфа.

Для операторов Роты-Бакстера известно, что если G — группа Ли, на которой задан групповой оператор Роты-Бакстера B, то касательное отображение к B в единице будет оператором Роты-Бакстера веса 1 на соответствующей алгебре Ли $\mathfrak{g}$. При этом в обратную сторону до сих пор неизвестно, можно ли произвольный оператор Роты-Бакстера R на алгебре Ли $\mathfrak{g}$ проинтегрировать до группового оператора Роты-Бакстера на соответствующей группе Ли (пока только известно, что это можно сделать локально, в окрестности единицы).

Если $\mathfrak{g}$ – полная алгебра Ли относительно некоторой фильтрации, то на множестве $\mathfrak{g}$ можно ввести групповую операцию $*$, определенную как $x * y = BCH(x, y)$, где $BCH(x, y) = \log(\exp(x)\exp(y))$ – ряд Бейкера-Кэмпбелла-Хаусдорфа, который определен корректно в случае полных алгебр Ли. Группу $(\mathfrak{g}, *)$ называют формальным интегрированием алгебры Ли $\mathfrak{g}$. Было доказано, что если $\mathfrak{g}$ — полная алгебра Ли и R — оператор Роты-Бакстера веса 1, сохраняющий фильтрацию исходной алгебры Ли $\mathfrak{g}$, то оператор R можно продолжить до группового оператора Роты-Бакстера B на группе $(\mathfrak{g}, *)$. Кроме того, если алгебра $\mathfrak{g}$ изоморфна своей градуированной алгебре $\mathrm{gr}(\mathfrak{g})$, то было утсановлено взаимно-однозначное соответствие между сохраняющими фильтрацию $\mathbb{Q}$-линейными операторами Роты-Бакстера веса 1 на алгебре $\mathfrak{g}$ и сохраняющими фильтрацию групповыми операторами Роты-Бакстера на группе $(\mathfrak{g}, *)$.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН, проект FWNF-2026-0017.

Результат опубликован в работе:

M. Goncharov, P. Kolesnikov, Y. Sheng, R. Tang Formal integration of complete Rota-Baxter Lie algebras and Magnus expansion // Selecta Mathematica, New Series. **32:2** (2026) DOI: 10.1007/s00029-026-01128-y