5. Сильная биинтерпретируемость алгебраических систем и эквивалентность категорий проективных логических множеств

с.н.с., к.ф.-м.н. Э.Ю. Даниярова,
лаборатория комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики,
Омский филиал ИМ СО РАН;
в сотрудничестве с профессором, д.ф.-м.н. А.Г. Мясниковым,
Технологический институт Стивенса (США)

Доказано, что сильная биинтерпретируемость двух алгебраических систем равносильна эквивалентности категорий проективных логических множеств над этими системами относительно функторов интерпретации, а также эквивалентности категорий проективных определимых множеств относительно функторов трансляции.

Интерпретация алгебраической системы A языка $L(A)$ в алгебраической системе B языка $L(B)$ задаётся кодом Γ, который транслирует формулы языка $L(A)$ в формулы языка $L(B)$. Тем самым возникают функтор трансляции $\mathrm{PDS}(A) \longrightarrow \mathrm{PDS}(B)$ между категориями проективных определимых множеств и функтор интерпретации $\mathrm{PLS}(A) \longrightarrow \mathrm{PLS}(B)$ между категориями проективных логических множеств. Эти функторы задаются по коду Γ без привязки к конкретной интерпретации.

Установлена связь теории интерпретаций с логическими категориями Б.И. Плоткина. Для любых алгебраических систем A и B доказана эквивалентность следующих условий:

(1) A и B сильно биинтерпретируемы друг в друге;

(2) категории $\mathrm{PDS}(A)$ и $\mathrm{PDS}(B)$ проективных определимых множеств эквивалентны относительно функторов трансляции;

(3) категории $\mathrm{PLS}(A)$ и $\mathrm{PLS}(B)$ проективных логических множеств эквивалентны относительно функторов интерпретации.

Таким образом, получена категорная характеристика сильной биинтерпретируемости алгебраических систем, связывающая теорию интерпретаций с проективной логической геометрией.

Работы выполнены в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект FWNF-2026-0033.

Результат опубликован в работах:

1. *E. Daniyarova, A. Myasnikov.* Theory of Interpretations II. Categorical equivalence of projective logical geometries // International Journal of Algebra and Computation (2026). DOI:10.1142/S0218196726400059

2. *E. Daniyarova, A. Myasnikov.* Theory of Interpretations I. Foundations // International Journal of Algebra and Computation (2025). DOI:10.1142/S0218196726400047