

Гладкая трехмерная бифуркация канала: параметрическая модель и анализ течения Стокса

С. С. Симаков, (МФТИ, Сеченовский университет), А. П. Чупахин (НГУ, ИГиЛ СО РАН)

Цель доклада — связать построение гладкой трехмерной бифуркации канала с анализом стационарного вязкого течения в полученной области. Геометрия задается семейством областей $\Omega(\theta) \subset \mathbb{R}^3$, где шестимерный вектор параметров θ включает диаметры дочерних ветвей, углы ответвления, длину переходного участка и радиус закругления делителя потока (карины). На регулярной ветви этого семейства допустимые области образуют локальное шестимерное многообразие форм. Таким образом, уравнения гидродинамики рассматриваются на сложно устроенном параметрическом многообразии областей: изменение параметров одновременно меняет границу канала и решение краевой задачи.

В первой части доклада будет представлена параметрическая модель геометрии бифуркации канала. Ветви строятся как огибающие семейств образующих сфер, а их соединение в области карины задается локализованным сглаживанием. Будут рассмотрены управление формой ветвей и карины, условия регулярности боковой поверхности класса не ниже C^2 , а также ограничения, исключающие геометрические искажения, вызванные построением модели. Такая параметризация позволяет независимо изменять основные геометрические характеристики и получать согласованные трехмерные расчетные области.

Во второй части исследуется течение Стокса при условии прилипания на стенке и заданных расходах через выходные ветви. Основным инструментом — анализ чувствительности решения к изменению формы области (вариационный анализ формы). Производные по форме связывают нормальные смещения стенки с изменениями поля скорости и вязкой диссипации. Для регулярного семейства будет изложена схема разделения независимых геометрических вариаций и объяснено, при каких условиях шесть параметров локально восстанавливаются по шести скалярным измерениям скорости внутри канала с устойчивостью липшицева типа. Отдельно обсуждается ограниченность информации, содержащейся только в расходах и постоянных нагрузках на выходных сечениях.

Иллюстративная часть включает примеры симметричных и асимметричных бифуркаций, результаты анатомической валидации геометрической модели на 31 бифуркации церебральных артерий из открытой базы СМНА, построенной по данным реальных пациентов, и расчеты трехмерных течений при изменении параметров формы. Совместное рассмотрение геометрии, аналитических оценок и полей течения позволит обсудить применимость параметрической модели к прямым и обратным задачам гидродинамики разветвляющихся каналов.