

Важнейшие научные результаты ИМ СО РАН за 2023 год

Алгебра, теория чисел, математическая логика

Решен вопрос о расщепляемости нормализаторов максимальных торов в конечных простых группах лиева типа. (с.н.с., к.ф.-м.н. Гальт А.А., с.н.с, к.ф.-м.н. Старолетов А.М., лаборатория А1).

После завершения классификации конечных простых групп одним из основных вопросов в теории конечных групп является изучение строения групп из классификационного списка. Основной массив конечных простых групп составляют группы лиева типа. Они возникают из линейных алгебраических групп как множества неподвижных точек эндоморфизма Стейнберга. Ж. Титс в своей работе 1966 года сформулировал задачу о расщепляемости нормализатора максимального тора в линейных алгебраических группах. Решение данной задачи было получено первым автором в 2017 году. Аналогичный вопрос для конечных групп лиева типа является более сложным, поскольку максимальные торы не обязаны быть сопряженными. В цикле работ авторов задача о расщепляемости нормализаторов максимальных торов была решена для всех конечных простых групп лиева типа.

Результат получен в серии работ, завершающая статья вышла в 2023 году.

- [1] Гальт А.А., О расщепляемости нормализатора максимального тора в симплектических группах // Изв. РАН. Сер. матем., 2014, т. 78, № 3, 19-34.
- [2] Galt A.A., On splitting of the normalizer of a maximal torus in linear groups // J. Algebra Appl., 2015, V. 14, No. 7, 1550114, 20 pp.
- [3] Galt A.A., On splitting of the normalizer of a maximal torus in orthogonal groups // J. Algebra Appl., 2017, V. 16, No. 9, 1750174, 23 pp.
- [4] Galt A.A., Staroletov A.M., On splitting of the normalizer of a maximal torus in ${}_{E_6}(q)$ // Algebra Colloq., 2019, V. 26, No. 2, 329-350.
- [5] Гальт А.А., Старолетов А.М., О расщепляемости нормализаторов максимальных торов в группах ${}_{E_7}(q)$ и ${}_{E_8}(q)$ // Мат. труды, 2021 т. 24, № 1, 52-101.
- [6] Гальт А.А., Старолетов А.М., Минимальные добавления к максимальным торам в их нормализаторах для групп ${}_{F_4}(q)$ // Изв. РАН. Сер. матем., 2022, т. 86, № 1, 134--159.
- [7] Гальт А.А., Старолетов А.М., О расщепляемости нормализаторов максимальных торов в конечных группах лиева типа // Алгебра и логика, 2023, т. 62, № 1, 33--58.

Неразрешимость проблемы вхождения в подмоноид свободной нильпотентной группы степени $l \geq 2$ достаточно большого ранга. (г.н.с., д.ф.-м.н. Романьков В.А., лаборатория КВМАЛ ОФ ИМ СО РАН)

Дается ответ на один из ключевых вопросов теории рациональных множеств в группах – вопрос М. Лори и Б. Стейнберга о разрешимости проблемы вхождения в подмоноиды конечно порожденной нильпотентной группы. Вопрос стал рассматриваться в первые годы этого столетия, он явно сформулирован в известном обзоре M. Lohrey, *The rational subset membership problem for groups: a survey* // *Groups St. Andrews 2013, London Math. Soc. Lecture Note Ser., vol. 422, Cambridge Univ. Press, Cambridge 2015, pp. 368–389.*

Основным результатом статьи является доказательство алгоритмической неразрешимости проблемы вхождения в фиксированный конечно порожденный подмоноид свободной нильпотентной группы ступени 2 достаточно большого ранга и обобщение этого результата на свободные нильпотентные группы произвольной ступени ≥ 3 . Доказательство основывается на неразрешимости десятой проблемы Гильберта. А именно, строится конечно порожденный подмоноид свободной нильпотентной группы ступени 2 достаточно большого ранга r , проблема вхождения в который равносильна проблемы разрешимости неразрешимого класса диофантовых уравнений. Отсюда следует существование подмоноида с аналогичным свойством в любой свободной нильпотентной группе ступени ≥ 2 ранга r .

Проблему вхождения в подмоноид некоммутативной группы в настоящее время рассматривают как перенесение классической проблемы целочисленного линейного программирования, где фигурирует проблема вхождения в подмоноид свободной абелевой группы, на некоммутативную платформу. Возникло и развивается новое направление исследований – некоммутативная дискретная оптимизация (см. *F. Bassino, I. Kapovich, M. Lohrey, A. Miasnikov, C. Nicaud, A. Nikolaev, I. Rivin, V. Shpilrain, A. Ushakov, P. Weil, Complexity and randomness in group theory. GAGTA book 1, De Gruyter, Berlin 2020, xii+374, гл. 5*). При этом особое внимание уделяется классу конечно порожденных нильпотентных групп, как наиболее близкому к классу абелевых групп.

[1] Романьков В. А. Неразрешимость проблемы вхождения в подмоноид свободной нильпотентной группы ступени ≥ 2 достаточно большого ранга // ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ Том 87, № 4, 2023, 166--185. <https://doi.org/10.4213/im9342>

Т₀-пространство Y является N -собранным тогда и только тогда, когда для любого s -компактного пространства X пространство непрерывных функций $C(X, Y)$ является N -собранным в топологии поточечной сходимости (равносильно, в топологии Исбелла). (г.н.с., академик РАН Ершов Ю.Л., Швидефски М.В.)

Установлено, что T_0 -пространство Y является N -собранным тогда и только тогда, когда для любого s -компактного пространства X пространство непрерывных функций $C(X, Y)$ является N -собранным в топологии поточечной сходимости (равносильно, в топологии Исбелла). Этот результат обобщает ряд уже известных к настоящему времени результатов о сохранении свойства (локальной) собранности, свойства быть (локальным) d -пространством и многих других при переходе к пространствам непрерывных функций, наделенных той или иной топологией.

[1] Ершов Ю.Л., Швидефски М.В., О пространствах непрерывных функций. III // Математика и теоретические компьютерные науки, том 1, выпуск 3 (2023), 22-32 <https://mathcenter.kpfu.ru/mtcs#!/tab/654774623-3>

Доказано, что если группа в сигнатуре с одним умножением имеет изоморфное представление, вычисляемое за полиномиальное время, и её центр содержит элемент бесконечного порядка, то при небольшом дополнительном условии эта группа имеет другое представление, тоже вычисляемое за полиномиальное

время, в котором операция обращения не является примитивно рекурсивной. (в.н.с., д.ф.-м.н. Алаев П.Е.)

Структура называется вычислимой за полиномиальное время (коротко, P-вычислимой), если множество её элементов и все операции и предикаты из её сигнатуры вычислимы за полиномиальное время. Центром группы называется множество её элементов, которые перестановочны со всеми другими элементами. Предположим, что нам дана P-вычислимая группа в сигнатуре с одним умножением, и её центр содержит элемент бесконечного порядка. При некотором ограничении на длину степеней этого элемента мы можем доказать следующее утверждение: эта группа имеет другое P-вычислимое представление, в котором операция обращения не является примитивно рекурсивной.

В работе также приведены некоторые примеры, показывающие, что без условия существования элемента бесконечного порядка в центре группы теорема не может быть доказана.

[1] *Алаев П.Е., Сложность операции обращения в группах // Алгебра и логика, т.62, №2, 2023.*

Геометрия и топология

Доказано, что нормированный евклидов объем конического многообразия над любым гиперболическим узлом является алгебраическим числом. Предложен алгоритм для нахождения соответствующего минимального многочлена (с.н.с., к.ф.-м.н. Абросимов Н. В., Лаборатория У6, PhD, проф. Колпаков А. А., Université de Neuchâtel, Швейцария, г.н.с., д.ф.-м.н. Медных А. Д.)

Гиперболическая структура на трехмерном коническом многообразии с узлом в качестве сингулярного множества часто может быть деформирована в предельную евклидову структуру. В настоящей работе мы показываем, что соответствующий нормированный евклидов объем всегда является алгебраическим числом. Этот результат служит аналогом теоремы Сабитова об объемах евклидовых многогранников, давшей ответ на проблему кузнечных мехов. Указанный факт также контрастирует с гиперболическими объемами, теоретико-числовая природа которых обычно весьма сложна.

[1] *Abrosimov N., Kolpakov A., Mednykh A., Euclidean volumes of hyperbolic knots // Proceedings of AMS, 2023 (in press) DOI: <https://doi.org/10.1090/proc/16353>*

Построено семейство римановых метрик на двумерных поверхностях, магнитный геодезический поток которых обладает полиномиальным либо рациональным по импульсам первым интегралом на фиксированном уровне энергии, то есть является вполне интегрируемым (с.н.с., к.ф.-м.н. Агапов С.В., с.н.с, лаборатория Д6, Поташников А.И., Adjoe GmbH, Hamburg, Germany, В.В. Шубин, Luxoft d.o.o. Beograd, Belgrade, Serbia).

Исследуются магнитные геодезические потоки на двумерных поверхностях, обладающие на фиксированном уровне энергии дополнительным первым

интегралом, независимым от интеграла энергии. Рассмотрен случай квадратичного по импульсам интеграла, а также случай рационального интеграла с линейными числителем и знаменателем. В обоих случаях возникают некоторые полугамильтоновы системы дифференциальных уравнений в частных производных. Мы строим точные локальные решения этих систем: в первом случае – при помощи обобщенного метода годографа, во втором – при помощи преобразования Лежандра и метода разделения переменных.

[1] Agapov S., Potashnikov A., Shubin V., Integrable magnetic geodesic flows on 2-surfaces, Nonlinearity, 36:4 (2023), 2128 – 2147.

Математический анализ

Доказано, что отображение с конечным искажением $f: \Omega \rightarrow G$ в области Ω группы Карно G гейзенбергова типа является непрерывным, открытым и дискретным, если его функция искажения $K(x) = \frac{|Df_h|^v(x)}{\det Df(x)}$ принадлежит $L_{p,loc}(\Omega)$ для некоторого $p > v - 1$. (н.с., к.ф.-м.н. Басалаев С.Г., ММЦ ИМ СО РАН, г.н.с., д.ф.-м.н. Водопьянов С.К.)

Работа посвящена некоторым свойствам отображений с конечным искажением на общих группах Карно. Основной результат обобщает знаменитую теорему Решетняка о топологических свойствах отображений с ограниченным искажением. Методы доказательств являются новыми сравнительно с доказательствами в евклидовом пространстве.

Непрерывность в упомянутом результате состоит в том, что отображение $f: U \rightarrow G$ на общей группе Карно, принадлежащее горизонтальному пространству Соболева $HW_{loc}^{1,v}(U)$, и имеющее конечное искажение (т.е. $D_h f(g) = 0$ п.в. на множестве нулей якобиана) и неотрицательный якобиан $\det Df(g) \geq 0$ п.в. на U , может быть переопределено на множестве нулевой меры, чтобы быть *непрерывным* [2]. (Здесь v — размерность по Хаусдорфу группы G .)

Открытость и дискретность доказана в [1]: непрерывное отображение $f: \Omega \rightarrow G$ в области Ω группы Карно G H -типа, принадлежащее классу $HW_{loc}^{1,v}(\Omega)$ и имеющее конечное искажение, является *открытым и дискретным* при условии, что его функция искажения $K \in L_{p,loc}(\Omega)$ для некоторого $p > v - 1$. На самом деле доказательство работает на любой группе Карно при условии, что на ней существует C^2 -гладкая однородная норма ρ такая, что функция $\log \rho$ является v -гармонической.

[1] Басалаев С.Г., Водопьянов С.К. Открытость и дискретность отображений с конечным искажением на группах Карно // Сиб. мат. журн.—2023.—Т.64.—№6, с. 1151-1159.

[2] Водопьянов С.К. Непрерывность отображений класса Соболева $W_{v,loc}^1$ с конечным искажением на группах Карно // Сиб. мат. журн.—2023.—Т.64.—№5, с. 912-934.

Дифференциальные уравнения и математическая физика

Предложен новый подход к исследованию разрешимости обобщенной задачи Стеклова – Самарского – Ионкина. С помощью этого подхода получены результаты о разрешимости обобщенной задачи Самарского – Ионкина для

широкого класса дифференциальных уравнений в частных производных – параболических и квазипараболических уравнений, в том числе уравнений с произвольным направлением эволюции, псевдопараболических, псевдогиперболических, эллиптических, квазиэллиптических уравнений и др. (г.н.с., д.ф.-м.н. Кожанов А.И., Лаборатория Д5)

Исследование разрешимости нелокальной задачи Ионкина для уравнений параболического типа, представляющей собой частный, но очень важный случай общей задачи Стеклова - Самарского, началось в 1977 году. Быстро выяснилось, что собственные функции соответствующей спектральной задачи не образуют базис в пространстве L_2 , и тем самым обычные методы исследования разрешимости краевых задач для параболических уравнений оказалось невозможным применить. Н.И. Ионкиным был предложен оригинальный метод, основанный на представлении решения в виде функционального ряда по специальной биортогональной системе функций. Этот метод в дальнейшем неоднократно применялся при исследовании нелокальных задач для параболических уравнений второго и четвертого порядков, гиперболических уравнений второго порядка, вырождающихся эллиптических уравнений. Вместе с тем метод Ионкина имел достаточно узкую область применения – он работал лишь для уравнений с постоянными коэффициентами или для уравнений с переменными коэффициентами специального вида. Н.И. Юрчуком в 1986 году был предложен свой подход к исследованию разрешимости задачи Ионкина. Но этот подход давал ее разрешимость только в некоторых весовых пространствах.

А.И. Кожановым был предложен новый подход к исследованию разрешимости задачи Ионкина, причем в обобщенной постановке. Этот подход позволил получить ряд новых результатов о существовании регулярных решений (решений, имеющих все обобщенные по С.Л. Соболеву производные, входящие в уравнение) для различных классов дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами.

- [1] *Kozhanov A.I.* Nonlocal problems with generalized Samarskii-Ionkin condition for some classes for nonstationary differential equations // *Doklady Mathematics*. 2023. V. 107. P. 40-43. doi: 10.1134/S1064562423700400X
- [2] *Кожанов А.И., Абдрахманов А.М.* Пространственно-нелокальные краевые задачи с обобщенным условием Самарского - Ионкина для квазипараболических уравнений // *Сибирские электронные математические известия*. 2023. Т. 20. С. 110-123. doi: 10.33048/semi.2023.20.010
- [3] *Kozhanov A., Shipina T.* Nonlinear inverse problems for parabolic equations with time dependent coefficients. Reduction to nonlocal problems with Samarskii - Ionkin type condition // *J. Math. Sci.* 2023. V. 274, No. 4. P. 523-533. doi: 10.1007/s10958-023-06617-5
- [4] *Kozhanov A., Shipina T.* Linear inverse problems for the heat equation and non-local boundary value problems with generalized Samarskii-Ionkin condition // *Boletin de la Sociedad Matematica Mexicana* (529) 2023 29:64. doi: 10.1007/s40590-023-00529-9
- [5] *Kozhanov A.* Initial-boundary value problems with generalized Samarskii-Ionkin condition for parabolic equations with arbitrary evolution direction // *J. Math. Sci.* 2023. V. 274, No. 2. P. 228-240. doi: 10.1007/s10958-023-06591-y

Описаны геометрические свойства фазовых портретов трёх динамических систем, моделирующих кольцевые генные сети с более сложным строением, чем в предыдущих публикациях по данной тематике; в частности, в одной новой публикации учитывалась диффузия. Для этих систем получены условия существования периодических траекторий и локализованы расположения циклов этих систем в их фазовых портретах. Построена и исследована учитывающая широкий спектр мутаций математическая модель генных сетей, регулирующих раннюю стадию развития механорецепторов дрозофилы. Проведены вычислительные эксперименты, описана их биологическая интерпретация (н.с., к.ф.-м.н. Аюпова Н.Б., Лаборатория УЗ, г.н.с., д.ф.-м.н. Голубятников В.П., Лаборатория УЗ, н.с., в.н.с., д.б.н. Фурман Д.П., ИЦиГ СО РАН, м.н.с. Бухарина Т.А., ИЦиГ СО РАН)

Для двух динамических систем кинетического типа, четырехмерной и пятимерной, моделирующих кольцевые генные сети с нелинейной деградацией компонент, а также для трёхмерной параболической системы уравнений получены условия существования периодических траекторий. При выполнении этих условий проведена дискретизация фазовых портретов этих систем уравнений, построены инвариантные области, содержащие все такие периодические траектории. Внутренность каждой из этих областей гомеоморфна тору и содержит на своей границе единственную стационарную точку соответствующей динамической системы.

Описана математическая модель функционирования центрального регуляторного контура генных сетей морфогенеза механорецепторов дрозофилы с учётом мутаций входящих в него генов. Приведены результаты компьютерного моделирования различных режимов функционирования контура. Показано, что клетка детерминируется как родительская при повышении содержания ASC примерно в два с половиной раза относительно уровня в клетках окружения. Выявлена иерархия влияния мутаций в генах контура на динамику накопления белков ASC. Наиболее значим главный компонент центрального регуляторного контура – AS-C. Мутации, снижающие содержание ASC более чем на 40 %, приводят к запрету выделения родительской клетки сенсорного органа.

[1] Аюпова Н.Б., Голубятников В.П. Фазовые портреты двух нелинейных моделей кольцевых генных сетей // Математические заметки СВФУ, апрель—июнь, 2023.

Том 30, № 2, с. 3–13.

[2] Фурман Д.П., Бухарина Т.А., Голубятников В.П. Центральный регуляторный контур системы морфогенеза механорецепторов дрозофилы: эффекты мутаций // Сибирский журнал индустриальной математики. 2023. Т. 26, № 3, с. 142–153. (Перевод: *Furman, D.P., Bukharina, T.A. & Golubyatnikov, V.P. Central regulatory circuit of the Drosophila mechanoreceptor morphogenesis system: effects of mutations // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2023. V. 17, № 3, p. 535–543.*)

[3] *Bukharina T.A., Golubyatnikov V.P., Furman D.P. The central regulatory circuit in the gene network controlling the morphogenesis of Drosophila mechanoreceptors: an in silico analysis // Вавиловский журнал генетики и селекции. 2023. V.27, № 7, p.746-754.*

Теория вероятностей и математическая статистика

Установлены все основные предельные законы, описывающие возможные процедуры обнаружения момента разладки. (г.н.с., академик РАН Боровков А.А.)

В классической задаче о разладке в ее асимптотической постановке (т.е. в предположении, что время до появления разладки велико) впервые установлены все основные предельные законы, описывающие возможные процедуры обнаружения момента разладки. В их число входят: пуассоновская аппроксимация для распределения числа ложных тревог, оценки сверху для вероятности появления «ложной тревоги» на заданном интервале времени. Получено асимптотическое разложение для среднего времени запаздывания сигнала тревоги относительно момента разладки. Для доказательства этого результата установлена экспоненциальная скорость сходимости в эргодической теореме для цепей Маркова с положительным атомом; цепи такого типа описывают процесс контроля за наблюдаемой системой. С помощью теоретико-игрового подхода найдены асимптотически оптимальные решения задачи о разладке.

[1] Боровков А. А., Об асимптотическом подходе к задаче о разладке и экспоненциальной сходимости в эргодической теореме для цепей Маркова // Теория вероятн. и ее примен., 68:3 (2023), 456–482

Вычислительная математика

Для функций с большими градиентами в пограничном слое разработаны формулы численного дифференцирования на равномерной сетке и на сетках Бахвалова и Шишкина, сгущающихся в области пограничного слоя. (г.н.с., д.ф.-м.н. Задорин А.И., ОФ ИМ).

Вопрос разработки формул численного дифференцирования для функций с большими градиентами в области пограничного слоя актуален, потому что применение классических формул, основанных на дифференцировании многочлена Лагранжа, в случае равномерной сетки может приводить к существенным погрешностям. В случае равномерной сетки построены и исследованы новые формулы численного дифференцирования, точные на погранслоевой составляющей, отвечающей за большие градиенты функции. Эта составляющая рассматривается как функция общего вида, известная с точностью до множителя. Такая декомпозиция справедлива, например, для решения сингулярно возмущенной задачи. В случае экспоненциального пограничного слоя оценена погрешность построенной формулы при вычислении производной произвольно заданного порядка. Когда число узлов в сеточном шаблоне для производной на единицу больше порядка вычисляемой производной, доказано, что погрешность построенной формулы порядка $O(h)$ равномерно по малому параметру, где h – шаг сетки [1]. Исследован и другой подход, когда классические формулы численного дифференцирования применяются на сетках, сгущающихся в пограничном слое. При вычислении производной произвольно задаваемого порядка получены оценки погрешности классических формул на сетках Шишкина и Бахвалова, широко применяемых при построении разностных схем для сингулярно возмущенных задач. В случае сетки Бахвалова полученные оценки погрешности такие же, как в

регулярном случае, когда функция не имеет больших градиентов [2]. В случае сетки Шишкина полученный порядок точности ниже, но оценки погрешности, как и в случае сетки Бахвалова, равномерны по малому параметру [3].

[1] *Задорин А.И.* Формулы численного дифференцирования функций с большими градиентами // Сибирский журнал вычислительной математики, 2023, т. 26, № 1, с. 17-26. DOI: 10.15372/SJNM20230102

[2] *Задорин А.И.* Анализ формул численного дифференцирования на сетке Бахвалова при наличии пограничного слоя // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2023, т. 63, № 2, с. 218-226. DOI: 10.31857/S0044466923020163

[3] *Задорин А.И.* Анализ формул численного дифференцирования на сетке Шишкина при наличии пограничного слоя // Сибирский журнал вычислительной математики, 2018, т. 21, № 3, с. 243-254. DOI: 10.15372/SJNM20180301

Дискретная математика, информатика и математическая кибернетика

Разработаны модели и алгоритмы маршрутизации транспортных средств с выполнением работ при посещении объектов, где длительность работ является дискретной случайной величиной. (с.н.с.,к.ф.-м.н. Борисовский П.А., г.н.с., д.ф.-м.н. Еремеев А.В., инж.-иссл. Заозерская Л.А., с.н.с., к.ф.-м.н. Захарова Ю.В.)

Разработаны модели целочисленного программирования и алгоритмы поиска приближенного решения для задачи маршрутизации транспортных средств с выполнением работ при посещении объектов. Особенности задачи являются наличие временных окон и возможность возврата на объект. Для стохастического варианта задачи, где длительность выполнения работ является дискретной случайной величиной, разработан параллельный гибридный алгоритм, адаптированный для выполнения на суперкомпьютере с графическими процессорами.

[1] *Borisovsky P.* A parallel greedy approach enhanced by genetic algorithm for the stochastic rig routing problem // Optimization Letters. OnLine-First. - 2023. <https://doi.org/10.1007/s11590-023-01986-x>

[2] *Borisovsky P., Ereemeev A., Kovalenko Yu., Zaozerskaya L.* Rig routing with possible returns and stochastic drilling times // Mathematical Optimization Theory and Operations Research (MOTOR 2021). International conference, July 5-10, 2021 / Edited by Pardalos P., Khachay M., Kazakov A. Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 12755. 2021. pp. 51-66. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77876-7_4

Полностью регулярные коды с минимальным собственным значением в геометрических графах. (с.н.с., к.ф.-м.н. Могильных И.Ю., к.ф.-м.н. К.В. Воробьев, Институт математики и информатики, София, Болгария)

Доказано что всякому полностью регулярному коду с минимальным собственным значением и радиусом покрытия r в произвольном геометрическом графе Γ отвечает полностью регулярный код в графе клик графа Γ радиуса покрытия $r-1$. Рассматривая взаимоотношения этих кодов, охарактеризованы все полностью

регулярные коды радиуса покрытия $w-1$ в графах Джонсона $J(n,w)$. Данный результат завершает характеризацию полностью регулярных кодов произвольного радиуса покрытия в графах Джонсона $J(n,3)$. Также перечислены полностью регулярные коды силы 1 в графах Джонсона $J(n,4)$ за исключением одного распределения собственных значений.

[1] *Mogilnykh I.Yu., Vorob'ev K.V.* On completely regular codes with minimum eigenvalue in geometric graphs // *Discrete Mathematics* 346, 2023, 113357

Изучены вероятностно-аналитические свойства скорости роста максимального веса путей во взвешенном случайном ориентированном графе в зависимости от параметра веса типичного ребра. (г.н.с., д.ф.-м.н. Пяткин А.В., Лаборатория К4, в.н.с., д.ф.-м.н. Фосс С.Г., Лаборатория В1, PhD Konstantopoulos T., University of Liverpool)

Рассматривается взвешенная модель графа Барака-Эрдеша, где вершинами являются целые числа, а каждая дуга (i,j) , $i < j$ (независимо друг от друга) имеет вес 1 с вероятностью p и вес x с вероятностью $1-p$. Функция $C_p(x)$ определена как предел отношения $W_{0,n}^x/n$ при n стремящемся к бесконечности, где $W_{0,n}^x$ – это максимальный вес пути из 0 в n . Доказано, что при $x < 0$ функция $C_p(x)$ является дифференцируемой тогда и только тогда, когда x иррационально; при неотрицательных x она дифференцируема для всех x , кроме целых и обратных к целым, не равным 1.

[1] *Foss S., Konstantopoulos T., Pyatkin A.* Probabilistic and analytical properties of the last passage percolation constant in a weighted random directed graph // *Annals of Applied Probability*. 2023. V.33. N2. P.731-753. DOI: 10.1214/22-aap1832

Получена классификация линейных совершенных кодов бесконечной длины над ассоциативными телами и построена бесконечная серия неэквивалентных аддитивных совершенных кодов над неассоциативными квазителями. (н.с., д.ф.-м.н. Малюгин С.А., Лаборатория К7)

Квазителом называется кольцо, в котором для любых двух ненулевых элементов a, b уравнения $ax=c$, $ub=c$ однозначно разрешимы при любом a . Квазитело называется телом, если в нем существует единица. Наиболее известным примером тела с ассоциативным умножением является тело кватернионов. Классическим примером неассоциативных тел являются числа Кэли, или октавы.

В данной работе предлагается общая конструкция линейных совершенных кодов над бесконечными телами и квазителями с правой (или левой) единицей. Дается классификация таких кодов над ассоциативными телами. Доказано, что два линейных совершенных кода эквивалентны тогда и только тогда, когда мощность строк их канонических проверочных матриц одинакова.

Построена также бесконечная серия неэквивалентных аддитивных совершенных кодов над неассоциативными телами, которые являются конечномерными алгебрами над своим подполем.

[1] *Малюгин С.А.* Линейные и групповые совершенные коды над телами и квазителями // *Sib. Electron. Mat. Izv.*, 20(2023), 1093-1107. DOI: 10.33048/semi.2023.20.068

Математическое моделирование и методы прикладной математики

Гетерогенные диффузионные процессы и формирование пространственно-временной нелокальности (в.н.с., д.ф.-м.н. Аркашов Н. С., Лаборатория В5, д.ф.-м.н., проф. Селезнёв В.А., НГТУ)

На основе процессов гетерогенной диффузии и феноменологии потока памяти был построен класс случайных процессов, позволяющий анализировать и моделировать нелокальность по времени и пространству с учетом пространственной неоднородности. Такой подход актуален для проблемы моделирования аномального переноса плазмы в токамаках, поскольку позволяет учесть эффекты дальней зависимости и нестационарности. Частный случай такого подхода без учета возможных эффектов пространственной неоднородности ранее был использован для анализа и моделирования плотности плазмы в термоядерной установке Токамак Т-10. Перспективным направлением применения полученного класса случайных процессов является анализ временных рядов плотности плазмы в термоядерном реакторе при различных, в том числе нестационарных, режимах работы.

[1] Arkashov N.S., Seleznev V.A. On heterogeneous diffusion processes and the formation of spatial-temporal nonlocality // Chaos 2023; 33 (7): 073145. <https://doi.org/10.1063/5.0159907>

Физика элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий

Исследуется природа открытого недавно: BES III (2021, 2022), BABAR (2021) и LHCb (2023), тяжёлого изовекторного скалярного мезона $a_0(1700/1800)$. (г.н.с. Ачасов Н.Н., в.н.с. Шестаков Г.Н.)

Показано в рамках МТ-мешка, что распады $a_0(1710)$ на векторные мезоны VV , $a_0(1710) \rightarrow VV$, и давно известного изоскалярного скалярного тяжёлого мезона $f_0(1710)$ на векторные мезоны VV , $f_0(1710) \rightarrow VV$, указывают на четырёхкварковую природу $a_0(1710)$ - и $f_0(1710)$ - мезонов.

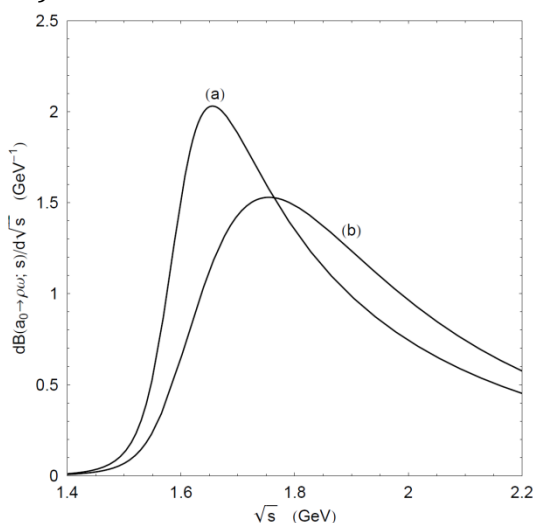


Рис. 1 Спектры масс $\rho\omega$ в распаде тяжёлого a_0 -резонанса.

[1] Achasov N. N., Shestakov G. N., Coupled-channel influence on the $a_0(1700/1800)$ line shape // Phys. Rev. D 108, 036018 – Published 24 August 2023 (arXiv:2306.04478 [hep-ph])