

Важнейшие научные результаты ИМ СО РАН за 2024 год

Алгебра, теория чисел, математическая логика

Найден явный вид обратного изоморфизма из леммы Шапиро через отображение групп n -мерных коциклов (в.н.с., д.ф.-м.н. Заварницин А.В, лаборатория А1).

Известная и часто используемая лемма Шапиро из гомологической алгебры, см. [1, Лемма 6.3.2] гласит: пусть G – группа, $H \leq G$ подгруппа, и U – правый $\mathbb{Z}H$ -модуль. Коиндуцированный модуль $W = \text{Coind}_H^G(U)$ – это по определению группа $\text{Hom}_{\mathbb{Z}H}(\mathbb{Z}G, U)$, рассматриваемая как правый $\mathbb{Z}G$ -модуль. Лемма утверждает существование изоморфизма групп когомологий

$$\Psi: H^n(G, W) \rightarrow H^n(H, U)$$

для всех $n \geq 0$. Если выразить H^n как факторгруппу Z^n/B^n для групп неоднородных коциклов и кограниц Z^n и B^n , соответственно, то можно проверить, что изоморфизм Ψ индуцируется отображением на коциклах

$$\alpha \mapsto [(h_1, \dots, h_n) \mapsto \alpha(h_1, \dots, h_n)(1)]$$

для всех $\alpha \in Z^n(G, W)$ и $h_1, \dots, h_n \in H$. Соответствующее отображение для обратного изоморфизма $\Phi = \Psi^{-1}$ не столь очевидно.

Пусть $Y \subseteq G$ – левая трансверсаль H в G и $\pi: G \rightarrow H$ – проекция вдоль Y , т.е. $\pi(yh) = h$ для всех $y \in Y, h \in H$. Мы доказываем следующее утверждение:

Теорема 1. *Во введённых обозначениях обратный изоморфизм Φ индуцируется отображением на неоднородных коциклах*

$$\beta \mapsto [(g_1, \dots, g_n) \mapsto [g_{n+1} \mapsto \beta(h_1, \dots, h_n)h_{n+1}]]$$

для всех $\beta \in Z^n(H, U)$ и $g_1, \dots, g_{n+1} \in G$, где элементы $h_i \in H$ однозначно определяются из соотношений

$$h_i h_{i+1} \dots h_{n+1} = \pi(g_i g_{i+1} \dots g_{n+1})$$

для $i = 1, \dots, n + 1$.

В качестве приложения данного результата мы используем теоретико-групповую интерпретацию частного случая Теоремы 1 для $n = 2$, чтобы конструктивно ответить на следующий вопрос

Проблема [В.Д. Мазуров]. *Существует ли расширение E конечной 2-группы T с помощью группы Судзуки $Sz(q)$ для некоторого $q > 2$ такое, что все инволюции из E содержатся в T ?*

[1] *Weibel C. A., An introduction to homological algebra, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 38, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.*

Результат опубликован в:

Zavarnitsine A. V., Explicit inverse Shapiro isomorphism and its application, Comm. Alg., Published online: 16 Oct 2024 (DOI: 10.1080/00927872.2024.2410863)

Получен критерий нетеровости по уравнениям для предикатных алгебраических систем на языке запрещенных подсистем (м.н.с. Бучинский И.М., с.н.с., к.ф.-м.н. Котов М.В., с.н.с., к.ф.-м.н. Трейер А.В., лаборатория КВМАЛ ОФ ИМ СО РАН)

Предикатные алгебраические системы, или предикатные структуры — это алгебраические системы над языками, состоящими только из предикатных символов, и которые могут быть расширены константными символами. Известными представителями таких структур выступают графы, гиперграфы, частично упорядоченные множества. Алгебраическая система A называется нетеровой по уравнениям, если каждая система уравнений от конечного числа переменных, рассматриваемая над A , эквивалентна некоторой своей конечной подсистеме. Это свойство занимает важное место в универсальной алгебраической геометрии — направлении математики, которое исследует уравнения над различными алгебраическими системами. Развивая подход использованный для описания нетеровых по уравнениям графов [1], авторами был сформулирован и доказан общий критерий нетеровости по уравнениям для произвольных предикатных алгебраических систем.

[1] Бучинский И.М., Трейер А.В. О графах, не являющихся нетеровыми по уравнениям, Сибирские электронные математические известия (Siberian Electronic Mathematical Reports). 2023. Т.20. №2. С.580-587. DOI: 10.33048/semi.2023.20.033

Результат опубликован в:

Buchinskiy I., Kotov M., Treier A. On equationally Noetherian predicate structures, Groups, Complexity, Cryptology. 2024. V.16. N1. P.4:1--4:13. DOI: 10.46298/jgcc.2024.16.1.13872

В рамках обобщенной вычислимости в наследственно конечных надстройках изучены возможные соотношения между существованием нумераций всех вычислимо перечислимых (Σ -определимых) множеств с различными свойствами (в.н.с., д.ф.-м.н. Пузаренко В.Г., лаборатория Л1, совм. с д.ф.-м.н. Калимуллин И.Ш. и д.ф.-м.н. Файзрахмановым М.Х., Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского)

Для каждого из нижеперечисленных случаев были найдены структуры любой мощности, в наследственно конечных надстройках над которыми имеются следующие вычислимые представления вычислимо перечислимых множеств над ними: однозначные представления; разрешимые представления при отсутствии однозначных; позитивные при отсутствии негативных; негативные представления при отсутствии позитивных; отсутствуют как позитивные, так и негативные представления.

Данные результаты получены в течение нескольких лет в серии публикаций, завершающейся следующими публикациями 2024 года:

[1] *Kalimullin I.S., Puzarenko V.G., Faizrakhmanov M.K.* Negative Numberings in Admissible Sets, II. Sib. Adv. Math., 34 (2024), 41–66, <https://doi.org/10.1134/S1055134424010024>

[2] *Kalimullin I.S., Puzarenko V.G.* Numberings on Admissible Structures over Equivalence Relations. *Lobachevskii J. Math.*, 45, 1833–1840 (2024), <https://doi.org/10.1134/S1995080224601383>

Изучены свойства типов изоморфизма для полных решёток формальных понятий, индуцируемых нумерациями счётных семейств множеств (с.н.с., к.ф.-м.н. Баженов Н.А., лаборатория Л2; PhD Мустафа М., Nazarbayev University, Казахстан; д.ф.-м.н. Нуракунов А.М., Институт математики НАН КР, Кыргызстан).

Методы и понятия теории нумераций находят широкое применение в исследованиях алгоритмических свойств различных конструктивных классов математических структур. В работе изучается классификация нумераций для счётных семейств подмножеств натурального ряда на основе методов анализа формальных понятий. Доказано, что для любого счётного частичного порядка P существует счётное семейство S , такое что соответствующая полная решётка формальных понятий $FC(S)$ изоморфна пополнению Дедекинда-Макнила порядка P . Отсюда вытекает, что многие естественные полные решётки представимы в виде $FC(S)$: например, булева алгебра всех подмножеств натурального ряда, а также каждая счётная полная решётка. Установлено, что любая решётка вида $FC(S)$ дуально изоморфна решётке перечислений в смысле Хойрапа и Рохаса. Получены оценки сложности для проблемы изоморфизма решёток $FC(S)$.

Результат опубликован в:

Bazhenov N., Mustafa M., Nurakunov A. On concept lattices for numberings // *Tsinghua Science and Technology*, 2024, vol.29, no.6, pp.1642-1650. DOI: 10.26599/TST.2023.9010102

Математический анализ

Для образов, полученных при липшицевых отображениях измеримых множеств на группах Карно на сублоренцевы структуры, введена новая характеристика объема и доказано, что она является мерой на сигма-алгебре борелевских множеств. Установлена формула площади в терминах субриманова дифференциала отображения. (в.н.с., д.ф.-м.н. Карманова М.Б., лаборатория Г1)

Рассмотрены классы отображений групп Карно, являющихся липшицевыми во внутреннем смысле и определенных на измеримых подмножествах, и описаны метрические характеристики их образов при условии, что на области значений задана сублоренцева структура. Такая структура является субримановым обобщением геометрии Минковского. Одной из ее особенностей является неограниченность шаров, построенных относительно внутреннего расстояния. В сублоренцевой геометрии интерес представляет исследование пространственноподобных поверхностей, пересечения которых с такими шарами ограничены. Если отображение определено на открытом множестве, то формулировка критерия пространственноподобия сводится к рассмотрению связной компоненты пересечения, содержащей центр шара, и анализу свойств матрицы субриманова дифференциала. Если же область определения отображения не является открытым множеством, то возникает вопрос, какие можно задать условия на отображение, гарантирующие ограниченность пересечения образа измеримого множества с шаром во внутренней метрике. В рамках исследований этот вопрос решен: рассматривается та часть

пересечения, которая параметризуется связной компонентой пересечения образа субриманова дифференциала и шара. Кроме того, с помощью таких локальных параметризаций введена функция множества, являющаяся аналогом меры Хаусдорфа, и показано, что она является мерой на сигма-алгебре борелевских множеств. В качестве приложения установлена сублоренцева формула площади.

Результат опубликован в:

Карманова М.Б. Площадь образов классов измеримых множеств на группах Карно с сублоренцевой структурой // Сибирский математический журнал. 2024. Т.65. №5. С.1048-1070. DOI: 10.33048/smzh.2024.65.512

Классификация односвязных ковров Бедфорда-МакМаллена (в.н.с., д.ф.-м.н. Тетенев А. В., Лаборатория УБ, инж.-иссл. Дроздов Д.А, ММЦ ИМ СО РАН)

Пусть $n > m \geq 2$ – целые числа, $M = \text{diag}\{m, n\}$ – матрица, и $D = \{d_1, \dots, d_N\}$ – подмножество в $\{0, \dots, n-1\} \times \{0, \dots, m-1\}$, называемое *множеством единиц*. Множество D и матрица M задают единственный непустой компакт $K \subset [0, 1]^2 \subset \mathbb{R}^2$, который удовлетворяет уравнению $M \cdot K = K + D$. Такое множество K называется *ковром Бедфорда-МакМаллена*.

Эти множества были введены в 1984 независимо Т. Бедфордом и К. МакМалленом и являются простейшими самоаффинными множествами. С другой стороны, если рассматривать ковры K как подмножества тора $T = [0, 1]^2$, они являются инвариантными множествами эндоморфизма $(x, y) \rightarrow (mx \bmod 1, ny \bmod 1)$. Им были посвящены многочисленные работы в области фрактальной геометрии и неконформной динамики.

Основные результаты заключаются в следующем.

1. Получены представление самоподобной границы ∂K ковра K в виде объединения его граней $F_\alpha = K \cap (K + \alpha)$, где $\alpha \in \{-1, 0, 1\}^2 \setminus \{0\}$ и граф-ориентированная система отображений, связывающая грани F_α и множество единиц D .
2. Доказано, что всякий односвязный ковер Бедфорда-МакМаллена K является либо единичным квадратом P или точкой, либо дендритом со свойством одно-точечного пересечения.
3. Доказано, что если ковер K есть дендрит, отличный от отрезка, то каждая его грань F_α содержит не более одной точки, а самоподобная граница ∂K состоит из 3, 4 или 6 точек.
4. Доказано, что для нетривиальных односвязных ковров Бедфорда-МакМаллена существует семь возможных топологических типов главного дерева.

Результат опубликован в:

[1] Drozdov D. A., Tetenov A. V., On the dendrite property of fractal cubes //Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and Its Application. 2024. Т. 8. № 1.С. 73–80. DOI: 10.17762/atnaa.v8.i1.375

[2] Drozdov D., Tetenov A., On the classification of fractal square dendrites //Advances in the Theory of Nonlinear Analysis and Its Application. 2023. Т. 7. №3. С. 79–96. DOI: 10.17762/atnaa.v7.i3.27

Критерий степенной скорости сходимости классических эргодических средних для унитарных действий групп \mathbb{Z}^d и \mathbb{R}^d . (с.н.с., д.ф.-м.н. Подвигин И.В., лаборатория Г2)

Для усреднений по параллелепипедам унитарных действий групп \mathbb{R}^d и \mathbb{Z}^d получен спектральный критерий степенной скорости сходимости по норме для всех возможных показателей степеней. Полученный результат полностью покрывает известный одномерный критерий. По сравнению с предыдущим подходом, давшим критерий для малых показателей степеней, используется более точное приближение возникающих множеств Лебега. Это позволило получить критерий для всех возможных показателей.

Результат опубликован в:

Подвигин И.В. Критерий степенной скорости сходимости эргодических средних для унитарных действий групп \mathbb{Z}^d и \mathbb{R}^d //Алгебра и анализ. 2024. Т.36. №4. С.148-164.

Дифференциальные уравнения и математическая физика

Линейная неустойчивость состояния покоя вязкоупругой жидкости в цилиндрическом канале и его стабилизация под влиянием внешнего однородного магнитного поля (обобщенная модель Виноградова-Покровского) (с.н.с., к.ф.-м.н. Бибердорф Э.А., зав. лаб. Ткачев Д.Л., Лаборатория ДЗ)

Для модифицированной модели Виноградова-Покровского, учитывающей влияние магнитного поля, исследован спектр дифференциального оператора, линеаризованного в окрестности состояния покоя в бесконечном круглом цилиндре при условии, что внешнее однородное магнитное поле направлено параллельно оси цилиндра. Сформулированы спектральные задачи в случае абсолютной магнитной проводимости и в общем случае. В результате проведенных вычислительных экспериментов установлено, что в первом случае часть спектра находится в правой полуплоскости, однако его характеристики существенно зависят от параметров задачи: частоты возмущения, чисел Рейнольдса и Вайсенберга, коэффициента магнитного давления и магнитной проводимости: так, при увеличении частоты возмущения и коэффициента магнитного давления в случае абсолютной проводимости (при широком диапазоне значений чисел Рейнольдса и Вайсенберга) число собственных значений в правой полуплоскости и максимум их вещественных частей уменьшаются. Таким образом, в этом случае неустойчивость сохраняется на подпространстве небольшой размерности, причем амплитуда возмущений мала. В общем случае (когда можно управлять коэффициентом магнитной проводимости) с ростом частоты возмущений и коэффициента магнитного давления спектр располагается в открытой левой полуплоскости.

Результат опубликован в:

[1] *D.L. Tkachev and E.A.Biberdorf.* Spectrum of a problem about the flow of a polymeric viscoelastic fluid in a cylindrical channel (Vinogradov-Pokrovski model). Sib. Elect. Math. Reports. 2023. Vol. 20. № 2. P. 1269-1289.

- [2] *D.L. Tkachev and E.A.Biberdorf*. Spectrum of a linear problem about the MHD flows of a polymeric fluid in a cylindrical channel in case of an absolute conductivity (generalized Vinogradov-Pokrovski model). *Sib. Elect. Math. Reports*. 2024. Vol. 21. № 2. P. 823-851.
- [3] *D.L. Tkachev, A.V. Yegitov, and E.A.Biberdorf*. Linear stability of a resting state of the magnetohydrodynamic flows of polymeric fluid in a cylindrical channel (generalized Vinogradov-Pokrovski model). *Physics of Fluids*. 2024. Vol. 36, 093115.

Установлены существование и неединственность периодических траекторий кусочно-линейных динамических систем, моделирующих функционирование кольцевых генных сетей. Описана локализация этих циклов в фазовых портретах таких моделей. Построены области в этих фазовых портретах, для которых доказана единственность и устойчивость обнаруженных циклов (н.с., к.ф.-м.н. Аюпова Н.Б., г.н.с., д.ф.-м.н. Голубятников В.П., Лаборатория УЗ, с.н.с., к.ф.-м.н. Волокитин Е.П., Лаборатория У6)

Рассматриваются трёхмерные кусочно-линейные динамические системы кинетического типа, моделирующие взаимодействия компонент генной сети, регулируемой многоступенчатыми отрицательными связями. Подобные пороговые регуляторные связи рассматривались ранее В.А. Ратнером и Р.Н. Чураевым при изучении математических моделей бактериофага λ . В их работах были описаны два устойчивых режима функционирования соответствующей системы молекулярно-генетического управления. Искомые функции в уравнениях таких систем неотрицательны, поскольку обозначают концентрации компонент генной сети. Следуя формулировке 16-й Проблемы Гильберта, мы ищем циклы таких динамических систем и исследуем их устойчивость и взаимное расположение в фазовых портретах. С целью контроля поведения траекторий этих динамических систем их фазовые портреты разбиваются плоскостями, параллельными координатным, на параллелепипеды меньших размеров (блоки). Установлено, что для любой пары соседних блоков такого разбиения траектории всех точек внутренности их общей двумерной грани переходят либо из первого блока во внутренность второго, либо из второго во внутренность первого. Это позволяет описывать переходы таких траекторий из блока в блок с помощью дробно-линейных преобразований, конструировать так называемые Диаграммы Переходов из Состояния в Состояние (State Transition Diagrams), а также соответствующее отображение Пуанкаре. Проведены вычислительные эксперименты, иллюстрирующие полученные математические результаты.

Результат опубликован в:

- [1] *Голубятников В.П.* О неединственности циклов в трёхмерных моделях генных сетей. *Челябинский физико-математический журнал*, 2024. 9 (1):104, с. 23 - 34. DOI: 10.47475/2500-0101-2024-9-1-23-34
- [2] *V.P.Golubyatnikov, N.B. Ayupova, N.E. Bondarenko. A.V.Glubokikh*. Hidden attractors and nonlocal oscillations in gene networks models. *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*, 2024; 39(2): 75 – 81. <https://doi.org/10.1515/rnam-2024-0007>
- [3] *Н. Б. Аюпова, Е. П. Волокитин, В. П. Голубятников* О НЕЛОКАЛЬНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЯХ В МОДЕЛЯХ ГЕННЫХ СЕТЕЙ, Математические заметки СВФУ Январь-март, 2024. Том 31, № 1 DOI: 10.25587/2411-9326-2024-1-7-20

Теория вероятностей и математическая статистика

Установлены новые асимптотические законы для распределения максимального элемента случайной последовательности (г.н.с., академик Боровков А.А., с.н.с., к.ф.-м.н. Прокопенко Е.И., лаборатория В1).

В представляемой работе усилен и обобщен ряд классических результатов, восходящих к работе Б.В. Гнеденко (1943 г.), об асимптотике распределения максимального элемента последовательности независимых случайных величин. В ней рассматривались два класса распределений, неограниченных справа – класс правильно меняющихся распределений и трудно определяемый класс быстро убывающих на бесконечности распределений. При этом заранее предполагалось, что нормировка в предельных теоремах является линейной.

Предложен более простой подход к решению задачи и рассмотрены следующие классы распределений: класс правильно меняющихся распределений, явно определенный класс быстро убывающих на бесконечности распределений и два «промежуточных» класса неограниченных справа распределений, которые ранее не рассматривались. Для двух последних классов нормировка не всегда оказывается линейной. При этом предельные распределения максимального элемента найдены в явном виде.

Такого же рода результаты получены для четырех классов распределений, ограниченных справа и являющихся аналогами названных выше четырех классов распределений, неограниченных справа (ранее, рассматривался лишь один класс распределений, ограниченных справа).

Получены также некоторые обобщения названных результатов на случай последовательностей зависимых случайных величин.

Результат опубликован в:

Боровков А.А., Прокопенко Е.И. О предельных теоремах для распределения максимального элемента последовательности случайных величин. Теория вероятностей и ее применения // 2024, т. 69, вып. 2, с. 233-255. <https://doi.org/10.4213/tvp5692>

Неравенства пуассонизации для сумм независимых случайных величин в банаховых пространствах с приложениями к эмпирическим процессам (г.н.с., д.ф.-м.н. Борисов И.С., Лаборатория В5)

В работе получены ряд новых вероятностных неравенств, связывающих моменты сумм независимых банаховозначных случайных величин с аналогичными характеристиками так называемых сопровождающих безгранично делимых вероятностных законов, которые представляют собой обобщенные пуассоновские распределения. Это тематика восходит к работам Ю.В. Прохорова 1960х годов, когда были получены первые подобные неравенства для скалярных симметрично распределенных случайных величин. Переход к бесконечномерным наблюдениям обусловлен во многом необходимостью оценки уклонов абстрактных эмпирических точечных процессов (считающих мер), индексированных тем или иным классом множеств. Такие точечные процессы можно

представить в виде суммы независимых процессов индикаторного вида, рассматривая их как элементы некоторого банахового пространства. В качестве сопровождающих безгранично делимых процессов здесь выступают пуассоновские точечные процессы. Поэтому оценки для моментов тех или иных функционалов от эмпирических точечных процессов через аналогичные моменты пуассоновских точечных процессов и называются неравенствами пуассонизации. Отметим, что необходимость перехода от эмпирических точечных процессов к пуассоновским объясняется замечательным свойством последних, заключающимся в независимости значений пуассоновского точечного процесса на попарно непересекающихся множествах из области его определения.

В работе в качестве следствия вышеупомянутых результатов приведены новые оценки скорости сходимости в законе больших чисел для суммарного числа ячеек с заданным диапазоном количества частиц в них после проведения n испытаний в бесконечной полиномиальной схеме размещения частиц по ячейкам, когда каждая частица независимо от других размещается с одним и тем же распределением в счетном наборе ячеек. Эти результаты, в частности, позволяют строить более точные статистические критерии идентификации наблюдаемых распределений (например, в классе так называемых регулярных распределений).

Результат опубликован в:

I.S. Borisov, Poissonization Inequalities for Sums of Independent Random Variables in Banach Spaces with Applications to Empirical Processes, Mathematics, 2024, V.12, 2803. <https://doi.org/10.3390/math12182803>

Вычислительная математика

Установлены оценки p -норм решений разностных уравнений и систем линейных уравнений с матрицами Лорана и циркулянтами (н.с., к.ф.-м.н. Богданов В.В., г.н.с., д.ф.-м.н. Волков Ю.С., Лаборатория Ч1)

Изучается задача оценки p -норм ($1 \leq p \leq \infty$) решений неоднородных разностных уравнений. Разностные уравнения рассмотрены как дважды бесконечные (бесконечные в обе стороны) системы линейных уравнений. Установлены оценки для случая матрицы Лорана и циркулянта с диагональным преобладанием. На основе этого результата и идеи разложения матрицы в произведение матриц, связанных с разложением характеристического многочлена, предложены оценки для случая произвольной невырожденной ленточной матрицы Лорана или циркулянта. Отметим, что при $p=\infty$ для циркулянта результаты являются частным случаем для матрицы Лорана, но для остальных p это не так. Получено улучшение результатов Ю.Н. Субботина.

Результат опубликован в:

- [1] Волков Ю.С., Богданов В.В. Оценки p -норм решений и обратных матриц систем линейных уравнений с циркулянтной матрицей. ЖВМиМФ, 2024, том 64, № 8.
- [2] Волков Ю.С. Оценки p -норм решений разностных уравнений и бесконечных систем линейных уравнений. СМЖ, 2024, том 65, № 6.

Дискретная математика, информатика и математическая кибернетика

Получено обобщение типизированных зависимостей включения с неопределенными значениями в базах данных (в.н.с., д.т.н. Зыкин С.В, Лаборатория методов преобразования и представления информации).

Получен новый вид зависимостей в базах данных, являющийся обобщением зависимостей включения. Традиционно такие зависимости на практике используются для обеспечения ссылочной целостности. При этом, ограничение устанавливается только между парой отношений, первое из которых называется главным, второе - внешним. На практике ссылочную целостность часто требуется установить для большего числа отношений, где в одном ограничении участвуют несколько главных и несколько внешних отношений. Такая структура соответствует ультраграфу. В работе получено обоснование обобщенных зависимостей включения, учитывающих наличие неопределенных значений во внешних отношениях. На основе исследования свойств типизированных зависимостей получена система аксиом, для которой доказана непротиворечивость и полнота. Для новых зависимостей проведены исследования замыканий, разработан алгоритм построения замыканий, доказана его корректность. Разработан алгоритм построения минимального покрытия таких зависимостей, доказана его корректность.

Результат опубликован в:

- [1] Зыкин С.В. Обобщенные типизированные зависимости включения с неопределенными значениями в базах данных // Моделирование и анализ информационных систем. 2023. Т. 30. № 3. С. 192-201. DOI: 10.18255/1818-1015-2023-3-192-201
- [2] Зыкин С.В. Минимальное покрытие обобщенных типизированных зависимостей включения в базах данных. Моделирование и анализ информационных систем. 2024;31(1):78-89. DOI: 10.18255/1818-1015-2024-1-78-89
- [3] Zykin S.V. Generalization of Typed Inclusion Dependencies with Null Values in Databases // Automatic Control and Computer Sciences. 2024. V.58. N7. P.117-124. DOI: 10.3103/S0146411624700317
- [4] Zykin S.V. Minimal Covering of Generalized Typed Inclusion Dependencies in Databases // Automatic Control and Computer Sciences. 2024. V.58. N7. P.319-328. DOI: 10.3103/S0146411624700457

Реализован новый подход к моделированию и решению задачи календарного планирования с критерием чистой проведенной прибыли, в случае, когда ресурсы могут быть трансформированы в финансовый эквивалент (м.н.с. Малах С.А. , с.н.с., к.ф.-м.н. Сервах В.В., лаборатория дискретной оптимизации)

Рассматривается задача календарного планирования инвестиционного проекта с возможностью привлечения заемного капитала, при котором чистая приведенная прибыль всего проекта будет максимальной. Использование инвестиционных или заемных средств дает возможность не рассматривать ограничения по ресурсам, но за их использование приходится платить. При таком подходе любое согласованное с частичным порядком расписание становится допустимым. Обоснованы преимущество такого подхода, исследуется вычислительная сложность различных постановок задачи, выделены псевдополиномиально разрешимые случаи.

Результат опубликован в:

Malakh S.A. , Servakh V.V. The Problem of Planning Investment Projects with Lending // Lecture Notes in Computer Science.2024.V.14766- Mathematical Optimization Theory and Operations Research: 23rd International Conference, MOTOR 2024, Omsk, Russia, June 30–July 6, 2024, Proceedings.P.187-198. DOI: 10.1007/978-3-031-62792-7_13.

Доказано, что ориентированный диаметр связного вершинно-транзитивного графа оценивается сверху многочленом от неориентированного диаметра и логарифма числа вершин (н.с., к.ф.-м.н. Скресанов С.В., лаборатория А1)

Ориентированный диаметр ориентированного графа - это максимальное возможное расстояние между парой вершин, где пути должны соблюдать ориентацию рёбер, в то время как при подсчёте неориентированного диаметра ориентация рёбер игнорируется. В связи с приложениями к теории групп, в 2006 г. Бабаи доказал, что ориентированный диаметр графа Кэли конечной группы оценивается сверху многочленом от неориентированного диаметра и логарифма числа вершин. В той же работе Бабаи поставил вопрос о справедливости аналогичной оценки для произвольного вершинно-транзитивного графа. Нами даётся положительный ответ на этот вопрос, причём ключевым моментом доказательства является обобщение известного неравенства Ружи из аддитивной комбинаторики на случай графов.

Результат опубликован в:

S.V. Skresanov, On Directed and Undirected Diameters of Vertex-Transitive Graphs, Combinatorica 44 (2024), 1353-1366, doi.org/10.1007/s00493-024-00120-4

Разработан точный полиномиальный алгоритм решения задачи Джонсона с маршрутизацией машин на асимметрической сети с фиксированным числом вершин (в.н.с., д.ф.-м.н. Кононов А.В., Лаборатория К5, в.н.с., д.ф.-м.н. Севастьянов С.В., Лаборатория К4, Черных И.Д.)

Рассмотрена двухстадийная задача теории расписаний потокового типа (задача Джонсона) с маршрутизацией машин на асимметрической транспортной сети. Установлены структурные свойства оптимальных расписаний. Построен точный алгоритм с полиномиальным временем работ, в предположении, что количество узлов сети ограничено произвольной константой. Алгоритм с полиномиальным временем работы (в предположении, что количество узлов сети ограничено любой константой) является первым положительным результатом по сложности задачи маршрутизации машин в задаче Джонсона с произвольной структурой транспортной сети, даже в случае симметричной сети. Этот результат контрастирует со сложностью задачи маршрутизации открытого цеха для двух машин, которая является NP-трудной даже в сети из двух узлов.

Результат опубликован в:

Chernykh I. , Kononov A. , Sevastyanov S. An exact solution with an improved running time for the routing flow shop problem with two machines // Journal of Scheduling. 2024. V.27. N4. P.329–340. DOI: 10.1007/s10951-023-00784-8

Математическое моделирование и методы прикладной математики

Построена IT-платформа моделирования распространения эпидемии с учетом социально-экономической ситуации в регионах (зав. лаб., д.ф.-м.н. Криворотко О.И., н.с., к.т.н. Зятков Н.Ю., н.с., к.ф.-м.н. Петракова В.С., Лаборатория М1, г.н.с., член-корр. РАН Кабанихин С.И., директор ММЦ)

На основе исследования идентифицируемости дифференциальных и агентных моделей с использованием обработки больших данных и методов искусственного интеллекта построена IT-платформа для анализа, моделирования, прогнозирования распространения эпидемии <https://ai-biolab.ru/modeling>. Платформа позволяет рассчитывать сценарии эффективности ограничительных мер в регионах (описание платформы приведено в [5-6]).

В работах авторов результата впервые изучены взаимосвязи основных классов моделей эпидемиологии: агентных дифференциальных, стохастических, а также обратные задачи и методы их решения, что особенно важно для новых эпидемий и штаммов.

Результат опубликован в:

[1] O. Krivorotko, S. Kabanikhin. Artificial intelligence for COVID-19 spread modeling // J. Inverse Ill-Posed Probl. 2024. V. 32, No. 2. P. 297-332;

[2] O. Krivorotko, N. Zyatkov. The forecasting of the spread of infectious diseases based on conditional generative adversarial networks // Mathematics. 2024. V. 12. Article 3044;

[3] S. Kabanikhin, O. Krivorotko, A. Neverov, G. Kaminskiy, O. Semenova. Identification of the mathematical model of Tuberculosis and HIV co-infection dynamics // Mathematics. 2024. V. 12(23). Article 3636;

[4] Криворотко О.И., Кабанихин С.И., Петракова В.С. Идентифицируемость математических моделей эпидемиологии: туберкулез, ВИЧ, COVID-19 // Математическая биология и биоинформатика. 2023. Т. 18. № 1. С. 177–214.

[5] Криворотко О.И., Кабанихин С.И., Зятков Н.Ю., Петракова В.С., Неверов А.В. IT-платформа моделирования взаимосвязанных эпидемиологических и социально-экономических процессов // Тезисы конференции «Индустриальная математика: от математических методов к промышленным технологиям», 7-11 октября 2024, Сириус, Сочи (в печати).

[6] Криворотко О.И., Кабанихин С.И., Зятков Н.Ю., Каминский Г.Д. Совмещенные модели эпидемиологически, экономических и социальных процессов: IT-платформа и большие данные // Тезисы VI Международной конференции ПОСТГЕНОМ'2024, 29.10-02.11.2024, Москва, ПСБ «Патриот». С. 24.

Физика элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий

Показано, что величины отношений $\mathcal{B}(D^0 \rightarrow a_0(980)^+\pi^-)/\mathcal{B}(D^0 \rightarrow a_0(980)^-\pi^+)$ и $\mathcal{B}(D^+ \rightarrow a_0(980)^+\pi^0)/\mathcal{B}(D^+ \rightarrow a_0(980)^0\pi^+)$, недавно измеренные коллаборацией BESIII, естественным образом объясняются в четырёхкварковой модели для $a_0(980)$ -резонанса (г.н.с., д.ф.-м.н. Ачасов Н.Н., в.н.с., д.ф.-м.н. Шестаков Г.Н., Лаборатория ВЗ)

В докладе изложены основные этапы развития представления о четырёхкварковой природе $a_0(980)$ -резонанса за последние примерно 45 лет в контексте общего развития кварковой модели и экспериментальных методов. Показано, что недавно полученные на установке BESIII (Beijing Synchrotron) в Пекине данные о распадах D -мезонов, содержащих тяжёлый c -кварк, на $a_0(980)\pi$ убедительно подтверждают четырёхкварковую природу $a_0(980)$ -мезона.

Результат опубликован в:

Achasov N.N., Shestakov G.N., Qualitative explanation of the data on the decays $D^0 \rightarrow a_0(980)^\pm \pi^\mp$ and $D^+ \rightarrow a_0(980)^{+(0)} \pi^{0(+)}$ in the four-quark model of the $a_0(980)$ resonance// Phys. Rev. D 110, 016025 (2024). DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.016025>