

## Важнейшие научные результаты ИМ СО РАН за 2022 год

### 1.1.1. Алгебра, теория чисел, математическая логика

**1. Было введено и обосновано понятие двойной алгебры Ли ненулевого веса. Доказано, что двойная алгебра Ли ненулевого веса однозначно продолжается до модифицированной скобки Пуассона на свободной ассоциативной алгебре.** (с.н.с., к.ф.-м.н. Гончаров М.Е., с.н.с, к.ф.-м.н. Губарев В.Ю., лаборатория А1).

Двойные алгебры Пуассона возникли в работе М. ван ден Берга как некоммутативный аналог алгебр Пуассона. Относительно двойной скобки любая алгебра Пуассона является двойной алгеброй Ли. При помощи операторов Роты — Бакстера нами введено новое понятие двойной алгебры Ли ненулевого веса. Установлено, что простых конечномерных двойных алгебр Ли произвольного веса не существует. Доказано, что двойная алгебра Ли ненулевого веса однозначно продолжается до модифицированной алгебры Пуассона на свободной ассоциативной алгебре. Тем самым подтверждена гипотеза С. Артамонова (2017).

Таблица связей между понятиями

Оператор Роты — Бакстер веса 0	Оператор Роты — Бакстер веса 1
классическое уравнение Янга — Бакстера	модиф. уравнение Янга — Бакстера
двойная алгебра Ли	<u>двойная алгебра Ли веса 1</u>
двойная алгебра Пуассона	модиф. двойная алгебра Пуассона

[1] *Goncharov M., Gubarev V., Double Lie algebras of a nonzero weight // Adv. Math., 2022, 409 (B), 108680.*

**2. Доказано, что любая группа, вычислимая за полиномиальное время в языке с одним умножением, имеет изоморфное представление, в котором за полиномиальное время вычислимы операции умножения и обращения. Доказано, что фактор-структура полиномиально вычислимой структуры по полиномиально вычислимой конгруэнции также обладает изоморфным представлением, вычислимым за полиномиальное время.** (в.н.с., д.ф.-м.н. Алаев П.Е., лаборатория Л1).

Структура называется вычислимой за полиномиальное время, если множество её элементов и все операции и предикаты из её сигнатуры также вычислимы за полиномиальное время. Доказано, что любая группа, вычислимая за полиномиальное время в сигнатуре с одним умножением, имеет изоморфное представление, в котором за полиномиальное время вычислимы операции умножения и обращения.

Если в данной структуре задано отношение эквивалентности, устойчивое относительно всех операций и предикатов из сигнатуры, то такое отношение называется конгруэнцией в структуре, и для него можно естественным образом определить фактор-структуру на классах эквивалентности. Доказано, что если в полиномиально вычислимой структуре задана полиномиально вычислимая конгруэнция, то фактор-структура также обладает изоморфным представлением, вычислимым за полиномиальное время.

[1] *Alaev P., Quotient Structures and Groups Computable in Polynomial Time //Lecture Notes in Computer Science, 2022, v. 13296, pp. 35-45.*

**3. Получены новые характеристики однородных нормирований, введённых Sudesh K. Khanduja, N.Popescu, K.W.Roggenkamp и ключевых многочленов, введённых С.Маклейном. В основе этих характеристик лежит новое понятие предминимальной пары, расширяющее популярное понятие минимальной пары. (г.н.с., академик РАН Ю.Л. Ершов)**

Для изучения нормирований поля рациональных функций от одной переменной, продолжающих нормирование исходного поля, определено понятие предминимальной пары. Это понятие позволило получить характеристики так называемых однородных нормирований и ключевых многочленов, введённых С. Маклейном.

[1] *Ершов Ю.Л.*, Предминимальные пары и однородные нормирования // Алгебра и логика , 2022, 61(3);

[2] *Ершов Ю.Л.*, Ключевые многочлены и предминимальные пары // Алгебра и анализ, 2022.

### 1.1.2. Геометрия и топология

**4. Для широкого класса римановых многообразий доказано, что на них существует бесконечное число геометрически различных замкнутых геодезических. Для финслеровых метрик показано, что строго бугристые (strongly bumpy) метрики являются метриками общего положения в  $C^4$ -топологии, и с помощью этого на финслеровы метрики перенесен результат Радемахера о существовании бесконечного числа геометрически различных замкнутых геодезических на односвязных многообразиях.(г.н.с., академик РАН Тайманов И.А., Лаборатория Дб, совместно с Радемахером, Х-Б., Германия)**

Рассмотрена задача о существовании бесконечного числа геометрически различных замкнутых геодезических на римановых и финслеровых многообразиях. Доказано, что на римановых многообразиях, гомеоморфных

1) любой связной сумме отличного от сферы многообразия и многообразия с положительным первым числом Бетти

2) любому трехмерному замкнутому многообразию с бесконечной фундаментальной группой существует бесконечное число геометрически различных замкнутых геодезических и более того число замкнутых геодезических длины, не превосходящей  $t$ , растёт (с точностью до множителя) как число простых чисел, не превосходящих  $t$ .

Для финслеровых метрик показано, что строго бугристые (strongly bumpy) метрики являются метриками общего положения в  $C^4$ -топологии, и с помощью этого на финслеровы метрики перенесен результат Радемахера о существовании бесконечного числа геометрически различных замкнутых геодезических на односвязных многообразиях.

[1] *Rademacher, H.-B., Taimanov, I.A.* Closed geodesics on connected sums and 3-manifolds. J. Differential Geom. 120 (2022), no. 3, 557-573.

[2] *Rademacher, H.-B.; Taimanov, I.A.* The second closed geodesic, the fundamental group, and generic Finsler metrics. Math. Zeitschrift 302 (2022), no. 1, 629-640.

**5. Найдены аномальные экстремали левоинвариантных субфинслеровых квазиметрик на связных четырехмерных группах Ли, определяемых полунормами на**

**левоинвариантных трехмерных вполне неголономных распределениях, и получены критерии (не)строгой аномальности этих экстремалей.** (с.н.с., к.ф.-м.н. Зубарева И.А., ОФИМ, г.н.с., д.ф.-м.н. Берестовский В.Н., Лаборатория Г1)

Определены четырехмерные вещественные алгебры Ли, имеющие трехмерные порождающие их подпространства. Для каждой такой алгебры Ли найдено точное число классов эквивалентности трехмерных порождающих ее подпространств (подпространства эквивалентны, если переводятся друг в друга автоморфизмом алгебры Ли). Любая (полу)норма, заданная на произвольном представителе каждого такого класса эквивалентности, определяет левоинвариантную неголономную (квази)метрику на связной группе Ли с данной алгеброй Ли. Параметризованные длиной дуги кратчайшие такого (квази)метрического пространства есть оптимальные по быстродействию решения некоторой левоинвариантной управляемой системы. Доказано, что каждое такое (квази)метрическое пространство имеет аномальные экстремали, т.е. кривые, удовлетворяющие принципу максимума Понтрягина (ПМП) этой управляемой системы, для которых максимум функционала из ПМП может быть нулем. Показано, что с точностью до перепараметризации аномальная экстремаль – единственная однопараметрическая подгруппа или ее левый сдвиг. Для рассматриваемых (квази)метрических пространств аномальная экстремаль является локально кратчайшей тогда и только тогда, когда она нестрого аномальна (т.е. когда функционал из ПМП может быть и строго положительным). В связи с этим найдены общие критерии (не)строгой аномальности экстремали в терминах структурных констант алгебры Ли и двойственной (полу)нормы.

[1] *Берестовский В.Н., Зубарева И.А.* Аномальные экстремали левоинвариантных субфинслеровых квазиметрик на четырехмерных группах Ли с трехмерными порождающими распределениями // Сибирский математический журнал, 2022, т. 63, № 4, с. 620–636. DOI: 10.33048/smzh.2022.63.403

Перевод:

*Berestovskii V.N., Zubareva I.A.* Abnormal Extremals of Left-Invariant Sub-Finsler Quasimetrics on Four-Dimensional Lie Groups with Three-Dimensional Generating Distributions // Siberian Mathematical Journal, 2022, v. 63, № 4, pp. 620–636. DOI: 10.1134/S0037446622040036

**6. Получены формулы Решетняка высоких порядков для лучевого преобразования симметричных тензорных полей.** (г.н.с., д.ф.-м.н. В.А. Шарафутдинов, Лаборатория Г3, совместно с Кришнан В. П., Индия)

Для целого  $r \geq 0$  доказана формула Решетняка порядка  $r$  для лучевого преобразования симметричных тензорных порядка  $m$  полей на  $R^n$ . Основными составляющими формулы являются некоторые дифференциальные операторы  $A^{(m,r,l)}$  ( $0 \leq l \leq r$ ) на сфере  $S^{n-1}$ . Операторы определены с помощью алгоритма, применимого для любого  $r$ , хотя объем вычислений быстро растет с ростом  $r$ . Алгоритм реализован для малых значений  $r$ , и формулы Решетняка для 0,1,2 представлены в явном виде.

[1] *Krishnan V.P., Sharafutdinov V.A.* Ray transform on Sobolev spaces of symmetric tensor fields, I: Higher order Reshetnyak formulas. Inverse Problems and Imaging, Vol. 16, no. 4 (2022), 787-826.

### 1.1.3. Математический анализ

**7. Получены аналитические формулы для числа отмеченных остовных лесов в циркулянтных графах.** (с.н.с., к.ф.-м.н., Медных И. А., Лаборатория У6, совместно с аспирантом Грюнвальд Л. А.)

Сложность, или число остовных деревьев связного конечного графа, является его важным алгебраическим инвариантом. Изучение этого инварианта начато в работах Кирхгофа и Кэли и продолжается до сих пор. Существует большое количество работ, посвященных вычислению сложности графа. В тоже время, родственный ему инвариант, а именно отмеченных остовных лесов  $f = f(G)$  конечного графа  $G$  изучен довольно мало. Известно не более десяти работ, посвященных его изучению. Из работы Кельманса-Челнокова о строении коэффициентов характеристического полинома оператора Лапласа следует, что  $f(G)$  может быть найден как определитель оператора Гельмгольца  $I+L(G)$ , где  $L(G)$  – оператор Лапласа, а  $I$  – тождественный оператор. Это дает возможность перенести развитые ранее авторами методы для вычисления числа остовных деревьев на вычисление числа отмеченных остовных лесов. В работе авторов [1] впервые приведены точные аналитические формулы для подсчета величины  $f(G)$  в произвольном циркулянтном графе. Там же было установлено, что величина  $f(G)$  является полным квадратом, если число вершин циркулянтного графа  $G$  нечетно и отличается от полного квадрата на предписанную величину, если число вершин – четно. Это позволило сделать вывод, что группы якобианов циркулянтных графов ведут себя подобно группам гомологий циклических накрытий над узлами.

Указанное предположение было подтверждено в последующих работах авторов.

[1] L. A. Grunwald, I. A. Mednykh, The number of rooted forests in circulant graphs // *Ars Math. Contemp.* 22 (2022) P4.10. <https://doi.org/10.26493/1855-3974.2029.01d>

[2] L. A. Grunwald, Y. S. Kwon, I. A. Mednykh, Counting rooted spanning forests for circulant foliation over a graph, *Tohoku Math. J.* 74 (2022), 1–14. DOI: 10.2748/tmj.20210810

### 1.1.4. Дифференциальные уравнения и математическая физика

**8. Разработана термодинамически согласованная гиперболическая модель течения сжимаемой жидкости сложной реологии в деформируемой пористой среде** (г.н.с., д.ф.-м.н. Роменский Е.И., Лаборатория Д4, вед. инж., д.ф.-м.н. Решетова Г.В., н.с., к.ф.-м.н. Пешков И.М., Лаборатория Д4)

Предложена новая термодинамически согласованная модель течения сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде. Насыщающая жидкость может быть как невязкой так и вязкой, а также представлять собой смесь жидкостей и газов. Определяющие дифференциальные уравнения модели образуют гиперболическую систему, решения которой удовлетворяют законам термодинамики (сохранение энергии и возрастание энтропии). На основе предложенной модели сформулированы уравнения распространения волн малой амплитуды в пористой среде, насыщенной жидкостью сложной реологии, которые могут быть использованы в задачах сейсмологии. Проведена серия тестовых расчетов, демонстрирующая применимость модели к описанию физических процессов.

[1] *Romenski E., Reshetova G., Peshkov I., Dumbser M.* Modeling wavefields in saturated elastic porous media based on thermodynamically compatible system theory for two-phase solid-fluid mixture, *Computers & Fluids* 2020. Vol. 206, P. 104587.

[2] *Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.* Thermodynamically compatible hyperbolic model of a compressible multiphase flow in a deformable porous medium and its application to wavefields modeling. *AIP Conference Proceedings*. 27th Conference on Numerical Methods for Solving Problems in the Theory of Elasticity and Plasticity, EPPS (5 - 9 July 2021, Krasnoyarsk, Russia). 2021, Volume 2448.

[3] *Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.* Computational Model for Compressible Two-Phase Flow in Deformed Porous Medium. In: Gervasi O. et al. (eds) *Computational Science and Its Applications – ICCSA 2021*. ICCSA 2021. *Lecture Notes in Computer Science*. 2021 vol. 12949. Springer, Cham.

[4] *Reshetova G., Romenski E.* (2021) Diffuse interface approach to modeling wavefields in a saturated porous medium, *Applied Mathematics and Computation*. 2021. Vol. 398, P. 125978.

[5] *Romenski E., Reshetova G., Peshkov I.* (2022) Two-phase hyperbolic model for porous media saturated with a viscous fluid and its application to wavefields simulation, *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 106. P. 567-600.

## **9. Предложен и обоснован новый метод решения задачи акустической томографии.**

(г.н.с., академик РАН Романов В.Г., Лаборатория У3)

Для линейного уравнения акустики изучена лучевая постановка обратной задачи об определении трёх неизвестных коэффициентов, зависящих от трёх пространственных переменных, входящих в уравнение. Предполагается, что искомые коэффициенты отличны от заданных постоянных только внутри некоторой ограниченной области. На границе этой области располагаются точечные импульсные источники и приёмники акустических сигналов. Временной импульс измеряется в приёмниках в некоторой окрестности момента прихода сигнала от источника в приемник. Показано, что эта информация позволяет однозначно найти все три искомого коэффициента. Алгоритмически исходная задача распадается на три последовательно решаемые задачи. Одна из них, об определении скорости звука, является хорошо известной обратной кинематической задачей, две другие (об определении коэффициента поглощения и плотности) приводят к одной и той же задаче интегральной геометрии на семействе геодезических линий, определяемых скоростью звука. Полученные результаты могут быть положены в основу математических алгоритмов обработки данных и конструирования акустического томографа.

[1] *Романов В.Г.* Лучевая постановка задачи акустической томографии. *Доклады АН*, 2022, Т. 505, № 4, 50-55. **DOI:** 10.31857/S2686954322040142

Перевод:

*Romanov V.G.* Ray statement of the acoustic tomography problem. *Doklady Math.*, 2022, Vol. 106, No. 1, 254-258. **DOI:** 10.1134/S1064562422040147

## **10. Поиск стационарных течений пуазейлевского типа для несжимаемой полимерной жидкости в каналах с перфорированными стенками (Блохин А. М., с.н.с. Семенко Р. Е., Лаборатория Д3)**

Произведен расчет стационарных решений для течения вязкоупругого жидкого полимера в плоском канале с протеканием жидкости через стенки канала для реологической модели Виноградова—Покровского.

[1] Блохин А.М., Семенко Р.Е. Поиск стационарных течений пуазейлевского типа для несжимаемой полимерной жидкости в каналах с перфорированными стенками. Прикладная механика и техническая физика, 2022, No 1, 33-41

### 1.1.5. Теория вероятностей и математическая статистика

**11. Разработаны вероятностное описание и алгоритм численного моделирования динамики взаимодействующих популяций на основе дискретно-непрерывной стохастической модели с немарковскими ограничениями. Предложенный подход использован для разработки стохастической модели эпидемии Ковид-19.** (в.н.с., д.ф.-м.н. Перцев Н.В., в.н.с., д.ф.-м.н. Топчий В.А., с.н.с., к.ф.-м.н. Логинов К.К., ОФИМ)

Построена многомерная непрерывно-дискретная стохастическая модель динамики популяций взаимодействующих индивидуумов, учитывающая немарковские ограничения на длительность пребывания индивидуумов в популяциях. Приведено теоретико-вероятностное описание модели. Представлен алгоритм прямого статистического моделирования динамики компонент построенного случайного процесса. Разработанный подход обобщает ряд стохастических марковских и немарковских моделей, возникающих в биомедицинских приложениях.

Стохастическая модель использована для изучения динамики распространения Ковид-19 инфекции в некотором регионе (совместно с сотрудниками Сеченовского университета А.Н. Лукашевым и Ю.А. Вакуленко). Проведена оценка параметров модели на основе реальных данных, описывающих уровень серопревалентности населения Новосибирской области за 2020 год (см. рис. 1). Способ оценки параметров модели по указанным реальным данным является новым и ранее не использовался. На основе модели изучена эффективность вакцинации населения. Численно показано, что темп вакцинации населения порядка 2,7 % в сутки от общей численности восприимчивых и переболевших в скрытой форме индивидуумов обеспечивает долю вакцинированных индивидуумов свыше 81 % через 8–9 месяцев от начала вакцинации.

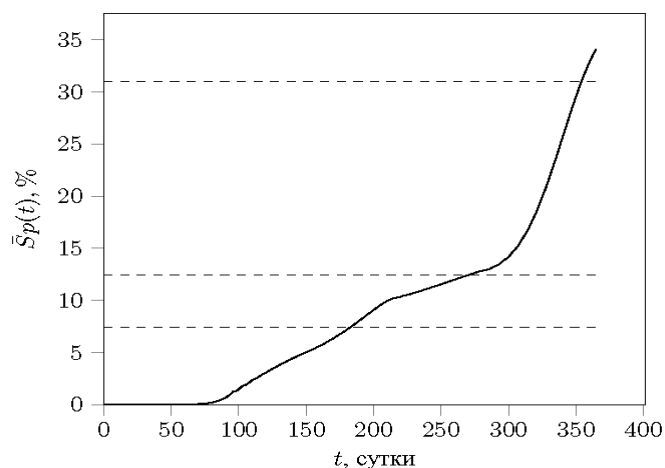


Рис. 1. Моделирование уровня серопревалентности населения г. Новосибирска для моментов времени  $t = 185, 265, 350$  суток. Пунктирные линии – реальные значения, 7,4 %, 12,4 %, 31 %.

[1] Перцев Н.В., Топчий В.А., Логинов К.К. Численное стохастическое моделирование динамики взаимодействующих популяций // Сибирский журнал индустриальной математики, 2022, т. 25, № 3, с. 135–153.  
DOI: 10.33048/SIBJIM.2022.25.312

[2] Перцев Н.В., Логинов К.К., Лукашев А.Н., Вакуленко Ю.А. Стохастическое моделирование динамики распространения Ковид-19 с учетом неоднородности населения по иммунологическим, клиническим и эпидемиологическим критериям // Математическая биология и биоинформатика, 2022, т. 17, № 1, с. 43–81. DOI: 10.17537/2022.17.43

(перевод статьи: *Pertsev N., Loginov K., Lukashev A., Vakulenko Yu. Stochastic Modeling of Dynamics of the Spread of COVID-19 Infection Taking Into Account the Heterogeneity of Population According To Immunological, Clinical and Epidemiological Criteria // Mathematical Biology and Bioinformatics, 2022, v. 17, № 1, pp. 43–81.*)

## 12. Универсальные ядерные оценки в задачах непараметрической регрессии (с.н.с. Линке Ю.Ю., г.н.с. Борисов И.С., с.н.с. Рузанкин П.С., Лаборатория В5)

В задачах непараметрической регрессии требуется оценить неизвестную функцию по наблюдениям ее зашумленных значений в некотором наборе точек из области определения этой функции (т.н. элементах дизайна). Традиционно в такого рода регрессионных моделях рассматривается либо неслучайный дизайн с условиями регулярности, либо случайный, состоящий из независимых или слабо зависимых случайных величин. Мы предлагаем новые классы оценок ядерного типа для регрессионной функции, равномерно состоятельных при близких к минимальным условиям на точки дизайна. В отличие от известных ранее результатов новые оценки универсальны в смысле их нечувствительности к структуре дизайна, который может быть как фиксированным и не обязательно регулярным, так и случайным, и при этом не обязательно состоящим из независимых или слабо зависимых случайных величин. Относительно элементов дизайна предполагается лишь в известном смысле плотное заполнение области определения регрессионной функции, что по сути является необходимым условием для восстановления неизвестной функции с той или иной точностью. Отметим, что все известные в литературе типы корреляции элементов дизайна влекут за собой вышеупомянутое условие. Кроме того, ослаблены и известные ранее ограничения на корреляцию элементов дизайна, гарантирующих состоятельность классических ядерных оценок Надарая–Ватсона. В терминах асимптотического поведения числа элементов дизайна, попавших в то или иное множество из области задания регрессионной функции, сформулированы новые достаточные условия как поточечной, так и равномерной состоятельности оценок Надарая–Ватсона.

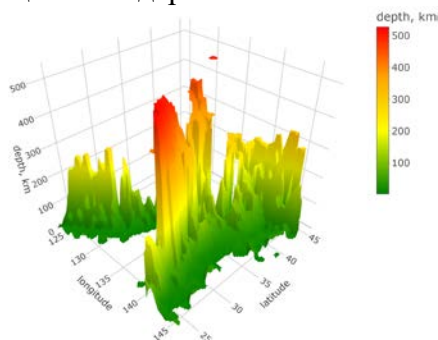


Рис. 1: Пример применения к реальным данным. Оценка средней глубины эпицентров землетрясений в Японии в 2012–2021 годах.

[1] Linke Y., Borisov I., Ruzankin P., Kutsenko V., Yarovaya E., Shalnova S. Universal local linear kernel estimators in nonparametric regression. Mathematics. 2022. V.10. N15. 2693:1-28.

DOI: 10.3390/math10152693

[2] Borisov I.S., Linke Y.Y., Ruzankin P.S. Universal weighted kernel-type estimators for some class of regression models. Metrika. 2021. V.84. N2. P.141-166. DOI: 10.1007/s00184-020-00768-0

[3]. Linke Y., Borisov I. Insensitivity of Nadaraya–Watson estimators to design correlation Communications in Statistics - Theory and Methods. 2022. V.51. N19. P.6909-6918.

DOI: 10.1080/03610926.2021.1876884

**13. Получены новые результаты об асимптотике вероятности достижения криволинейной границы винеровским процессом.**(г.н.с., д.ф.-м.н. Саханенко А.И., Лаборатория В1, совместно с Д.Э. Денисовым (Univ. of Manchester, UK), Г. Хинрихсом, В.И. Вахтелем (Univ. Augsburg, Germany))

Рассматривается время  $T$  первого прохождения стандартным винеровским процессом границы  $g(t)$ , которая асимптотически эквивалентна  $b\sqrt{t}$ , где  $b > 0$  – константа. Изучается вероятность  $P(T > t)$  того, что до момента времени  $t$  процесс не опустится ниже уровня  $g(t)$ .

Изучаемый процесс может рассматриваться в качестве математической модели состояния баланса некоторой финансовой или страховой компании в момент времени  $t$ . При этом рассматриваемое время  $T$  соответствует моменту разорения этой компании. Компания разоряется в тот момент  $T$ , когда у нее оказывается меньше средств, чем требуемый объём  $g(T)$  обязательных платежей. Понятно, что получение асимптотических, то есть приближённых формул для вероятности  $P(T > t)$  неразорения компании за большое время  $t$  является актуальной, хотя и очень трудной задачей.

А.А. Новиковым в 1971-79 годах исследовался наиболее простой случай, когда  $g(t) = b\sqrt{t + c} - a$ , здесь  $a, b, c$  - константы. Дело в том, что для таких функций известен ряд точных формул для моментов изучаемых величин, из которых удалось извлечь асимптотическую формулу  $P(T > t) \sim C(g)t^{-p(b)}$ , где показатель степени  $p(b)$  выражается через максимальный действительный корень специальной функции, называемой функцией параболического цилиндра. В 1980 году К. Uchiyama распространил эту асимптотику на функции  $g(t)$ , которые могут отклоняться от функций А.А. Новикова, но не более чем на константу.

В представляемой работе получено существенное обобщение и усиление упомянутых результатов. Для более широкого класса функций  $g(t)$  найдена асимптотика вероятности  $P(T > t)$ , в которой вместо константы  $C(g)$  появляется некоторая медленно меняющаяся на бесконечности функция  $L(t) = L(t; g)$ . Приведен явный вид этой функции  $L(t)$  и подробно исследуется асимптотика этой функции на бесконечности.

[1] Денисов Д.Э., Хинрихс Г., Саханенко А.И., Вахтель В.И., Пересечение броуновским движением границы порядка квадратного корня // Труды МИАН, 2022, т. 316, с.113–128.

### 1.1.6. Вычислительная математика

**14. Разработаны практически значимые системы аксиом зависимостей данных для реляционной модели.**( в.н.с., д.ф.-м.н., Зыкин С.В. ОФИМ)



В результате анализа зависимостей данных (функциональных, включения и соединения) был сделан вывод, что практически значимой является отдельная аксиоматизация зависимостей. В этом направлении была получена система аксиом функциональных зависимостей с учетом их областей определения. Для зависимостей включения был исследован и аксиоматизирован типизированный вариант, гарантирующий отсутствие взаимодействия с другими зависимостями. Для зависимостей соединения была получена система правил, обобщающая существующие системы правил, в которых не используются другие виды зависимостей. Зависимости соединения не обладают полной аксиоматикой. Для решения практической задачи декомпозиции суперключа и проверки гипотез была разработана программа тестирования правил вывода, которая позволяет обосновать выполнимость (логическое следствие) зависимостей соединения. Целевая аудитория - проектировщики и разработчики информационных систем.

[1] *Зыкин С.В.* Тестирование зависимостей и правил вывода в базах данных // Моделирование и анализ информационных систем, 2022, т. 29, № 3, с. 210-227.

DOI: 10.18255/1818-1015-2022-3-210-227

[2] *Zykin S.V.* Generalization of Derivation Rules for Join Dependencies in Database // Automatic Control and Computer Sciences, 2021, v. 55, № 7, p. 731-737.

DOI: 10.3103/S0146411621070191

[3] *Zykin V.S., Zykin S.V.* Analysis of Typed Inclusion Dependences with Null Values // Automatic Control and Computer Sciences, 2018, v. 52, № 7, p. 638-646.

DOI: 10.3103/S0146411618070258

[4] *Зыкин В. С., Зыкин С. В.* Анализ типизированных зависимостей включения с неопределенными значениями // Моделирование и анализ информационных систем, 2017, v. 24, № 2, p. 155-167.

DOI: 10.18255/1818-1015-2017-2-155-167

[4] *Зыкин С.В.* Области определения функциональных зависимостей в базах данных // Труды Института математики и механики УрО РАН, 2016, т. 22, № 3, с. 117–129.

DOI: 10.21538/0134-4889-2016-22-3-117-129

### 1.1.7. Математическое моделирование

#### 1.1.10. Дискретная математика, информатика и математическая кибернетика

**15. В модели международной торговли Кругмана доказан (интуитивно неочевидный) эффект ущерба от факта торговли для обеих торгующих стран - когда объем торговли близок к нулю. Эффект универсален среди разных функций спроса и робастен к разным гипотезам модели.** (к.ф.-м.н., с.н.с., Быкадоров Игорь Александрович, Лаборатория Э1, совместно с Коковиним С. Г., НИУ ВШЭ, и Молчановым П. С., НИУ ВШЭ)

Изучается каноническая торговая модель Кругмана (1979) с любыми предпочтениями, допускающими автаркию при каких-либо торговых издержках. В отличие от "скачка" к свободной торговле, постепенная либерализация торговли снижает мировое благосостояние вначале, вблизи автаркии. Механизм этого ущерба основан на сокращении числа фирм и социально избыточном потреблении импортных товаров из-за

"относительного демпинга". Вредный эффект сохраняется и при гетерогенных фирмах. Эти результаты не отвергают идею либерализации, но обосновывают требования ее масштабности или антидемпинговых мер.

[1] Kokovin, S., Molchanov, P., Bykadorov, I. Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade: Revisiting Gains from Trade // Journal of International Economics. – 2022. – Vol. 137. – 103595. DOI: [10.1016/j.jinteco.2022.103595](https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2022.103595) (Scopus – Q1, WoS – Q2)

**16. Разработаны модели и методы машинного обучения в ряде задач распознавания образов, кластерного анализа и анализа временных рядов. Модели и методы применены при анализе томографических изображений и медицинских данных. (г.н.с., д.ф.-м.н. Бериков В.Б., Лаборатория И1)**

Разработаны методы классификации и прогнозирования при неполной и/или неточной обучающей информации, основанные на сочетании ансамблевого кластерного анализа, малоранговых матричных декомпозиций и глубокого обучения. Проведено теоретическое исследование модели разнородного кластерного ансамбля; изучено влияние коррелированности базовых решений ансамбля на его качество. Модели и методы машинного обучения применены в практических приложениях, в частности, для распознавания ишемического инсульта по бесконтрастным КТ изображениям мозга, при прогнозировании ночной гипогликемии у больных сахарным диабетом 1-го типа.

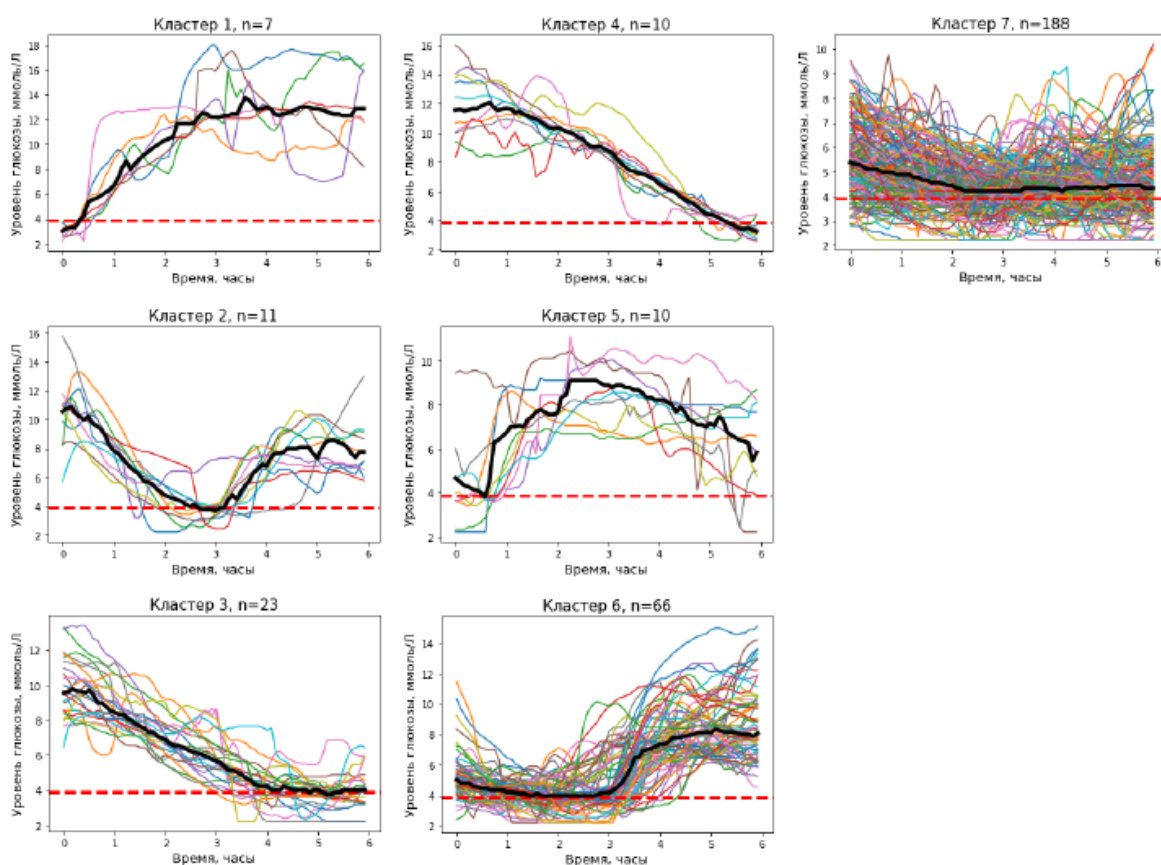


Рис. 1. Кластеры динамики уровня глюкозы с эпизодами гипогликемии в ночные часы (0 – 5.59) у больных СД 1 типа

[1] Бериков В.Б. Модель и метод построения разнородного кластерного ансамбля // Автоматика и телемеханика. 2022. №12. С.89-107. DOI: 10.31857/S000523102212008X (в печати)

[2] Berikov V.B., Vikent'ev A.A. Classification with Incomplete Probabilistic Labeling Based on Manifold Regularization and Fuzzy Clustering Ensemble // Pattern Recognition and Image Analysis. 2022. V.32. N3. P.515-518. DOI: 10.1134/S1054661822030075

[3] Verbitskiy S., Berikov V., Vyshegorodtsev V. ERANNs: Efficient residual audio neural networks for audio pattern recognition // Pattern Recognition Letters. 2022. V.161. P.38-44. DOI: 10.1016/j.patrec.2022.07.012

[4] Berikov V.B., Kutnenko O.A., Semenova J.F., Klimontov V.V. Machine Learning Models for Nocturnal Hypoglycemia Prediction in Hospitalized Patients with Type 1 Diabetes // Journal of Personalized Medicine. 2022. V.12. N8. P.1262. DOI: 10.3390/jpm12081262

[5] Mikhailapov D., Tulupov A., Alyamkin S., Berikov V. Compression of Deep Neural Network for Acute Ischemic Stroke Segmentation // 2022 Ural-Siberian Conference on Computational Technologies in Cognitive Science, Genomics and Biomedicine (CSGB), IEEE, 2022. P.240-245. DOI: 10.1109/CSGB56354.2022.9865656

[6] Цифровая диабетология. Монография [текст] / В.В. Климонтов, В.Б. Бериков, О.В. Сайк, А.И. Корбут, Ю.Ф. Семенова, Д.Е. Кладов. – Новосибирск, 2022: Издательство НГУ. – 326 с.(в печати).

**17. Построены модели в нелинейной и теоретико-графовой формулировках задачи оптимального размещения взаимосвязанных прямоугольных объектов на параллельных линиях с запрещенными зонами. Разработаны алгоритмы поиска точного и приближенного решений, выделены полиномиально разрешимые случаи. Проведены вычислительные эксперименты по анализу решения задачи с помощью разработанных алгоритмов и построенных моделей с применением пакета CPLEX. (в.н.с., д.ф.-м.н. Забудский Г.Г, ОФИМ, совместно с доцентом кафедры «Цифровые технологии» ФГБОУ ВО «СибАДИ» Веремчук Н.С.)**

Проведено исследование задачи оптимального размещения взаимосвязанных прямоугольных объектов на параллельных линиях с запрещенными зонами. Для одной линии построены модели в нелинейной и теоретико-графовой формулировках. Для нескольких линий трассировка связей между объектами на разных линиях осуществляется через виадук. Найденны свойства, позволяющие свести решение исходной непрерывной задачи к серии дискретных задач меньшей размерности. Разработаны алгоритмы поиска точного и приближенного решений. Предложен полиномиальный алгоритм нахождения локального оптимума, когда структура связей между объектами представляет композицию корневых деревьев и двухполюсных графов. Проведены вычислительные эксперименты с предложенными алгоритмами и применением построенных моделей и пакета CPLEX. Модели и разработанные алгоритмы могут применяться в системах автоматизированного проектирования генеральных планов предприятий и их реконструкции.

[1] *Забудский Г.Г., Веремчук Н.С.* Оптимизация размещения взаимосвязанных объектов на параллельных линиях с запрещенными зонами // Дискретный анализ и исследование операций, 2021, т. 28, № 4, с. 70–89.

DOI: 10.33048/daio.2021.28.717

Перевод:

*Zabudsky G.G., Veremchuk N.S.* Optimization of the Location of Interconnected Facilities on Parallel Lines with Forbidden Zones // Journal of Applied and Industrial Mathematics [this link is disabled](#), 2021, v. 15, № 4, pp. 716–727.

DOI: 10.1134/S1990478921040141

[2] *Zabudsky G.G., Veremchuk N.S.* Numerical research of placement problem on lines with forbidden zones and routing communications // Journal of Physics, 2021, v. 1791, pp. 012089-1–012089-7. DOI: 10.1088/1742-6596/1791/1/012089

**18. Показано, что все целые числа являются собственными значениями графа транспозиций симметрической группы вплоть до некоторого значения, зависящего от степени этой группы** (с.н.с., к.т.н. Константинова Е.В., Лаборатория К6, Кравчук А.В., НИО ММЦ)

Найден новый метод, позволяющий находить формулы, зависящие только от  $n$ , для вычисления кратностей собственных значений графа транспозиций симметрической группы.

[1] *Konstantinova E.V., Kravchuk A.* Spectrum of the Transposition graph // Linear Algebra and Its Applications. 2022. V. 654. P. 379-389. DOI:10.1016/j.laa.2022.08.033

**19. Установлена логарифмическая асимптотика числа центральных вершин почти всех  $n$ -вершинных графов заданного фиксированного диаметра и впервые найдены оценки центрального соотношения Ф.Бакли для таких графов.** (с.н.с., к.ф.-м.н. Федоряева Т.И., Лаборатория К3)

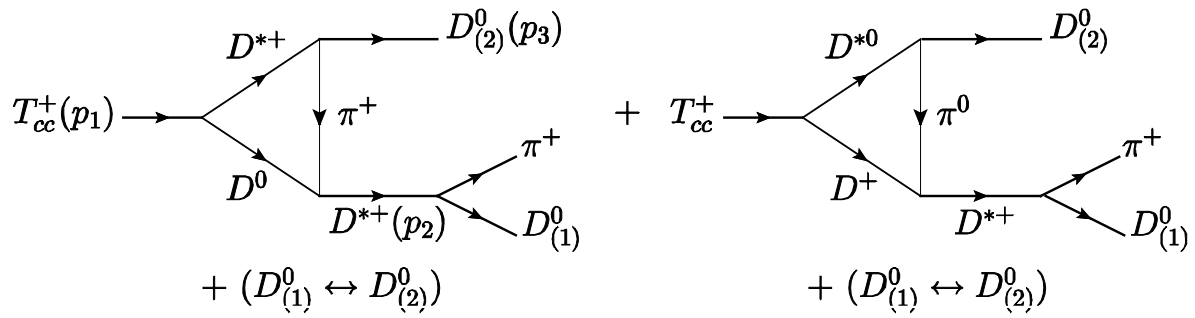
Для почти всех  $n$ -вершинных графов  $G$  фиксированного диаметра  $k$  исследуется асимптотическое поведение числа центральных вершин  $|C(G)|$  и хорошо известного центрального соотношения  $R_c(G)=|C(G)|/|V(G)|$ , введенного Ф. Бакли. Установлена логарифмическая асимптотика числа центральных вершин для почти всех таких  $n$ -вершинных графов: 0 или  $\log_2 n$  (1 или  $\log_2 n$ ) соответственно для возникающих здесь подклассов графов чётного (нечётного) диаметра. Доказано, что для почти всех  $n$ -вершинных графов  $G$  диаметра  $k$   $R_c(G)=1$  при  $k=1,2$  и  $R_c(G)=1-2/n$  для графов диаметра  $k=3$ , а при  $k \geq 4$  значение центрального соотношения  $R_c(G)$  ограничено интервалом  $(\Delta/6+ r_1(n), 1- \Delta/6- r_2(n))$ , за исключением не более одного значения (двух значений) вне этого интервала для чётного диаметра  $k$  (для нечётного диаметра  $k$ ) в зависимости от значения  $k$ . Здесь  $\Delta \in (0,1)$ -любая наперёд выбранная константа и  $r_1(n), r_2(n)$  - положительные бесконечно малые функции.

[1] *Fedoryaeva T.I.* Logarithmic asymptotics of the number of central vertices of almost all  $n$ -vertex graphs of diameter  $k$  // Siber. Electr. Math. Reports. 2022, V.19, No 2. 15P.

**1.7.1. Физика элементарных частиц и фундаментальных взаимодействий**

**20. Найдены треугольные сингулярности в распаде четырёхкваркового состояния  $T_{cc}^+$ , открытого в 2021 году на Большом Адроне Коллайдере в ЦЕРНЕ.** (г.н.с., д.ф.-м.н. Ачасов Н.Н., в.н.с., д.ф.-м.н. Шестаков Г.Н., Лаборатория В3).

Эти треугольные сингулярности тщательно исследованы и показано, что они могут быть обнаружены на современном уровне точности.



[1] *Achasov N.N., Shestakov G.N.* Triangle singularities in the  $T_{cc}^+ \rightarrow d^* + D^0 \rightarrow \pi + D^0 D^0$  decay width // *Physical Review D: Particles and fields.* 2022. V. 105. N 9. P. 096038. DOI:10.1103/PhysRevD.105.096038